

OPM – COMMANDE D'UN PONT ROULANT

PARTIE THÉORIQUE

2 MODÉLISATION

- a. Sachant que $V_c = \frac{dx_c}{dt}$, l'énergie cinétique est de $E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \left(\frac{dx_c}{dt}\right)^2$.
- b. Par calculs trigonométriques, les coordonnées de m sont : $\begin{cases} x_m = x_c + d \cdot \sin(\theta) \\ y_m = -d \cdot \cos(\theta) \end{cases}$

Par dérivation, les coordonnées de la vitesse de m sont : $\begin{cases} V_{xm} = V_c + d \cdot \Omega \cdot \cos(\theta) \\ V_{ym} = d \cdot \Omega \cdot \sin(\theta) \end{cases}$

$$V_m = \sqrt{V_{xm}^2 + V_{ym}^2} = \sqrt{(V_c + d \cdot \Omega \cdot \cos(\theta))^2 + (d \cdot \Omega \cdot \sin(\theta))^2} = \sqrt{V_c^2 + (d \cdot \Omega)^2 + 2 \cdot V_c \cdot d \cdot \Omega \cdot \cos(\theta)}$$

$$E_{cm} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_m^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (V_c^2 + (d \cdot \Omega)^2 + 2 \cdot V_c \cdot d \cdot \Omega \cdot \cos(\theta))$$

- c. $E_p = m \cdot g \cdot z + cte = -m \cdot g \cdot d \cdot \cos(\theta) + cte$ Or $E_p=0$ en $y=0$, soit $\theta=Pi/2$ donc $cte=0$
- d. $L = E_{c_{chariot}} + E_{c_{masse}} - E_p = \frac{1}{2} \cdot M \cdot V_c^2 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot (V_c^2 + (d \cdot \Omega)^2 + 2 \cdot V_c \cdot d \cdot \Omega \cdot \cos(\theta)) + m \cdot g \cdot d \cdot \cos(\theta)$

$$L = \frac{1}{2} \cdot (M + m) \cdot V_c^2 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot (d \cdot \Omega)^2 + m \cdot d \cdot \cos(\theta) \cdot (V_c \cdot \Omega + g)$$

- e. On prend $q=X_c$. Ce qui donne pour l'équation du mouvement : $\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial L}{\partial V_c} \right) - \frac{\partial L}{\partial x} = f(t)$ d'où

$$\frac{\partial}{\partial t} ((m + M) \cdot V_c + m \cdot d \cdot \cos(\theta) \cdot \Omega) + 0 = f(t)$$

$$\text{Donc } (m + M) \cdot \frac{\partial}{\partial t} V_c + m \cdot d \cdot (\cos(\theta) \cdot \frac{\partial}{\partial t} \Omega - \sin(\theta) \cdot \Omega^2) = f(t)$$

- f. On prend $q=\theta$. Ce qui donne pour l'équation du mouvement : $\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial L}{\partial \Omega} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = 0$ d'où

$$\frac{\partial}{\partial t} (m \cdot d \cdot \cos(\theta) + m \cdot d^2 \cdot \Omega) + m \cdot d \cdot \sin(\theta) \cdot (g + V_c \cdot \Omega) = 0$$
 On développe et simplifie par m et d

$$\text{Donc } \frac{\partial}{\partial t} V_c \cdot \cos(\theta) + d \cdot \frac{\partial}{\partial t} \Omega + g \cdot \sin(\theta) = 0$$

- g. Par approximation des petits angles, $\sin(\theta)=\theta$ et $\cos(\theta)=1$ et que $\frac{\partial}{\partial t} \Omega \gg \Omega^2 \cdot \theta$, les équations deviennent :

$$(m + M) \cdot \frac{\partial}{\partial t} V_c + m \cdot d \cdot \frac{\partial}{\partial t} \Omega = f(t) \text{ et } \frac{\partial}{\partial t} V_c + d \cdot \frac{\partial}{\partial t} \Omega + g \cdot \theta = 0$$

OPM – Commande d'un pont roulant

3 COMMANDE DU SYSTÈME EN BOUCLE OUVERTE

a. On passe les équations obtenues précédemment dans le domaine de Laplace et on obtient :

$$(m + M).p. V_c + m.d.p(p.\theta - \theta_0) = F(p) \text{ et } p.V_c + d.p(p.\theta - \theta_0) + g.\theta = 0$$

Donc : $\theta(p) = \frac{M.d.\theta_0.p - F(p)}{M.d.p^2 + (m+M).g}$ ce qui correspond à un cos temporel avec $F(p)=0$

D'où : $\theta(t) = \theta_0 \cdot \cos\left(\sqrt{\frac{(m+M).g}{M.d}} \cdot t\right)$ et on a bien : $\omega_0 = \sqrt{\frac{(m+M).g}{M.d}}$ qui est homogène à l'inverse d'un temps.

b. Avec $\theta_0=0$, on obtient : $G1(p) = \frac{-1}{M.d.p^2 + (m+M).g}$ et $G2(p) = -\frac{d.p^2 + g}{p^2}$

c. On a $\theta(p) = G1(p).F(p) = -\frac{1}{M.d} \cdot \frac{1}{p(\omega_0^2 + p^2)} = -\frac{1}{M.d.\omega_0^2} \cdot \left(\frac{1}{p} - \frac{p}{\omega_0^2 + p^2}\right)$

Donc $\theta(t) = -\frac{1}{M.d.\omega_0^2} \cdot (1 - \cos(\omega_0.t))$

d. On applique 2 échelons : un à $t=0$ et un d'amplitude -1 à $t=T$. Par composition, on obtient :

Donc $\theta(t) = \frac{1}{M.d.\omega_0^2} \cdot (\cos(\omega_0.t) - \cos(\omega_0.(t - T)))$

e. $\cos(\omega_0.t) = \cos(\omega_0.(t - T))$. On a donc $T = \frac{2.k.\pi}{\omega_0}$ avec k un entier positif.

4 ÉTUDE D'UNE COMMANDE EN BOUCLE FERMÉE DE L'INCLINAISON

a. On a un correcteur qui est correctement réglé. On veut 0 en sortie. On doit donc imposer $\theta_c(p)=0$

b. On obtient : $\frac{\theta(p)}{Pf(p)} = \frac{G1(p)}{1+K.G1(p)} = -\frac{\frac{1}{M.d}}{\frac{K}{M.d}(\omega_0^2 + p^2)} = \frac{-\frac{1}{M.d}}{\frac{K}{M.d} - \omega_0^2 + p^2}$

On a : $G_0 = -\frac{1}{M.d}$ et $a = \frac{K}{M.d} - \frac{(m+M).g}{M.d}$

Il faut que les pôles soient à partie réelle négative donc il faut que a soit strictement négatif sinon le système devient oscillant car les pôles sont à partie réelle nulle. Donc $K < (m + M).g$

c. On obtient : $\frac{\theta(p)}{Pf(p)} = \frac{G1(p)}{1+K1.G1(p).(1+K2.p)} = -\frac{\frac{1}{M.d}}{\frac{K1(1+K2.p)}{M.d} + (\omega_0^2 + p^2)} = \frac{-\frac{1}{M.d}}{\frac{K1}{M.d} + \omega_0^2 - \frac{K2}{M.d}p + p^2}$

On a : $G_0' = -\frac{1}{M.d.\omega_0'^2}$ et $\xi = \frac{-K2}{2.M.d.\omega_0'}$ et $\omega_0' = \sqrt{-\frac{K1}{M.d} + \frac{(m+M).g}{M.d}}$

Il faut que ξ soit égal à 1 et que $\omega_0'=3$ ce qui donne : $K1 = g.(m + M) - 9.M.d$ et $K2 = \frac{-6.M.d}{-g.M.d + g.(M+m)}$

On obtient donc la forme suivant pour $\theta(t) = G_0' \cdot (1 - e^{-\omega_0'.t} \cdot (1 + \omega_0'.t))$

On est dans le cas d'un régime critique : on a la réponse la plus rapide sans oscillation.

5 ÉTUDE SIMPLIFIÉE DE L'ASSERVISSEMENT DE L'INCLINAISON

a. On a $\frac{\theta(p)}{\theta_c(p)} = \frac{K1.G1(p)}{1+K2.p+K1.G1(p)} \approx \frac{-K1}{(M+m).g - K1}$ donc $H_o = \frac{K1}{K1 - (M+m).g} = \frac{4}{9} \approx 0,444$

b. $G3(p) = \frac{X(p)}{\theta(p)} \cdot \frac{\theta(p)}{\theta_c(p)} = -\frac{g}{p^2} \cdot H_o$

OPM – Commande d'un pont roulant

- c. On obtient : $T(p) = K3.G3(p) \cdot \frac{1}{(1+K4.p)^2} = \frac{-4,44.K3}{p^2.(1+K4.p)^2}$
- d. On calcul la marge de phase : $M\phi = -2.\text{Arg}(1+j.K4.\omega_{0dB}) + \pi + \pi - 2.\text{Arctan}(K4.\omega_{0dB})$

Donc : $2.\text{Arctan}(K4.\omega_{0dB}) = 3\pi/4$ donc $\omega_{0dB} = 0,048 \text{ rad/s}$

D'où Gain statique = $\frac{4,44.K3}{\omega_{0dB}^2.(1+(K4.\omega_{0dB})^2)} = 1$ D'où $K3 = 0,225.\omega_{0dB}^2.(1 + K4^2.\omega_{0dB}^2) = 3,5.10^{-3}$

PARTIE SIMULÉE AVEC MATLAB

1) Étude du schéma bloc sur MATLAB

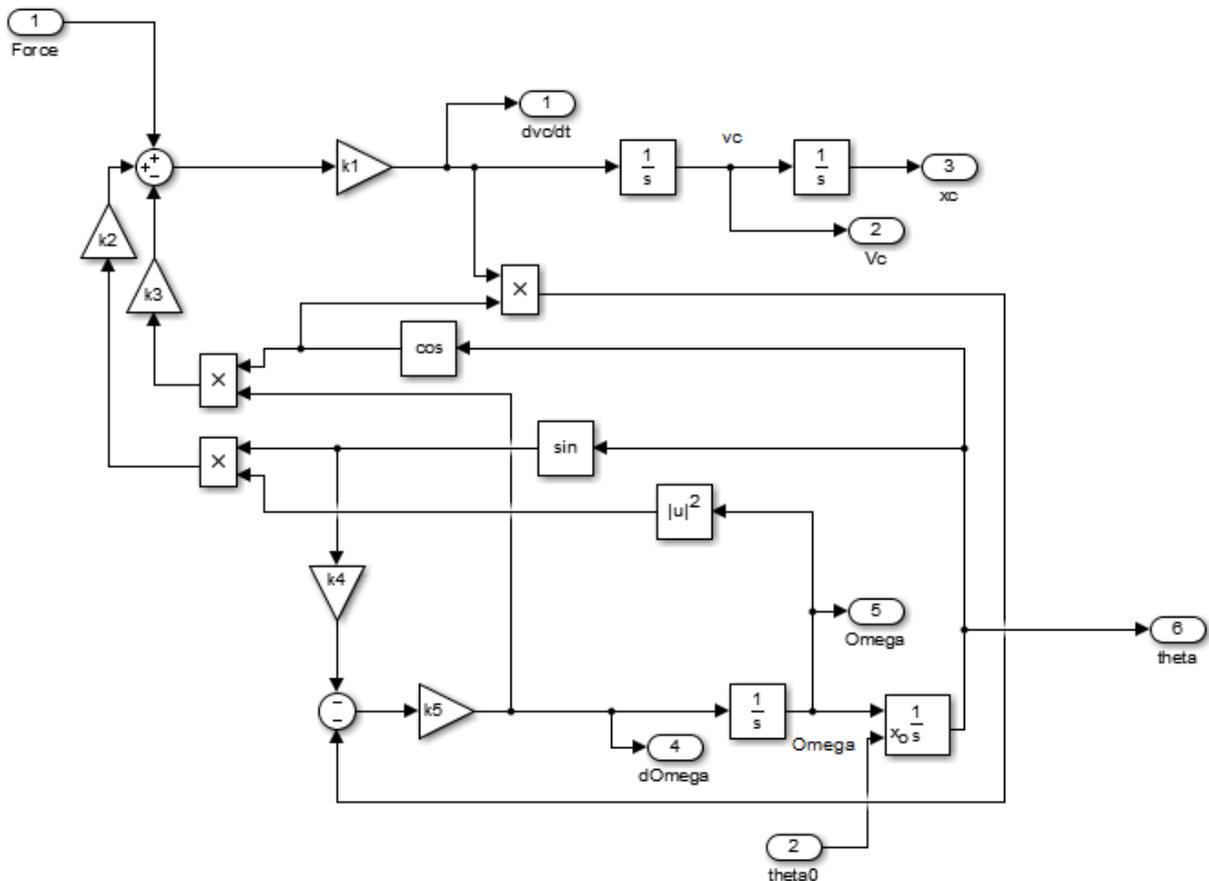


Figure 1 - schéma bloc sur MATLAB

En étudiant le schéma bloc sur MATLAB (Figure 1) les expressions suivantes peuvent être déterminées :

$$\frac{1}{K_1} \cdot \frac{dV_c}{dt} - K_2 \Omega^2 \sin\theta + K_3 \cos\theta \frac{d\Omega}{dt} = f(t)$$

$$\frac{1}{K_5} \cdot \frac{d\Omega}{dt} + \cos\theta \frac{dV_c}{dt} + K_4 \sin\theta = 0$$

Par identification de avec les équations de la partie théorique (partie 2 question e et f) il est possible de déterminer les gains K_i avec i de 1 à 5 :

OPM – Commande d'un pont roulant

$$\begin{cases} K_1 = \frac{1}{m + M} \\ K_2 = K_3 = md \\ K_4 = g \\ K_5 = \frac{1}{d} \end{cases}$$

2) Simulation de la réponse à un « lâcher » de la charge. La condition initiale est $\theta_0 = 5^\circ$.

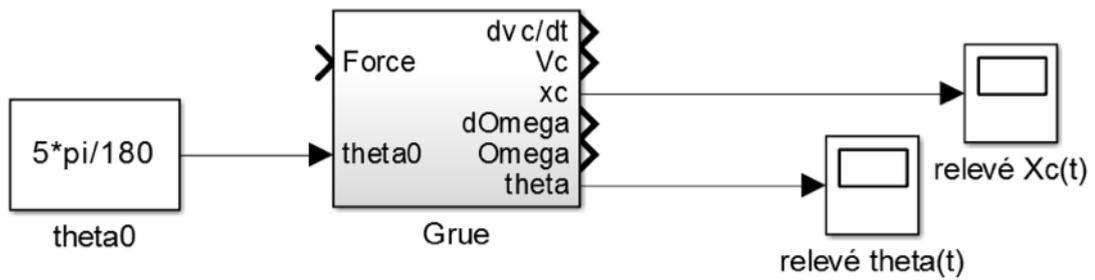


Figure 2 - schéma bloc compact de la simulation



Figure 3 - réponse de $X_c(t)$ à un lâcher de la charge à partir d'une condition initiale de 5°

- Amplitude : 1,4 mm (qui est aussi le maximum)
- Période : 2,8s

OPM – Commande d'un pont roulant

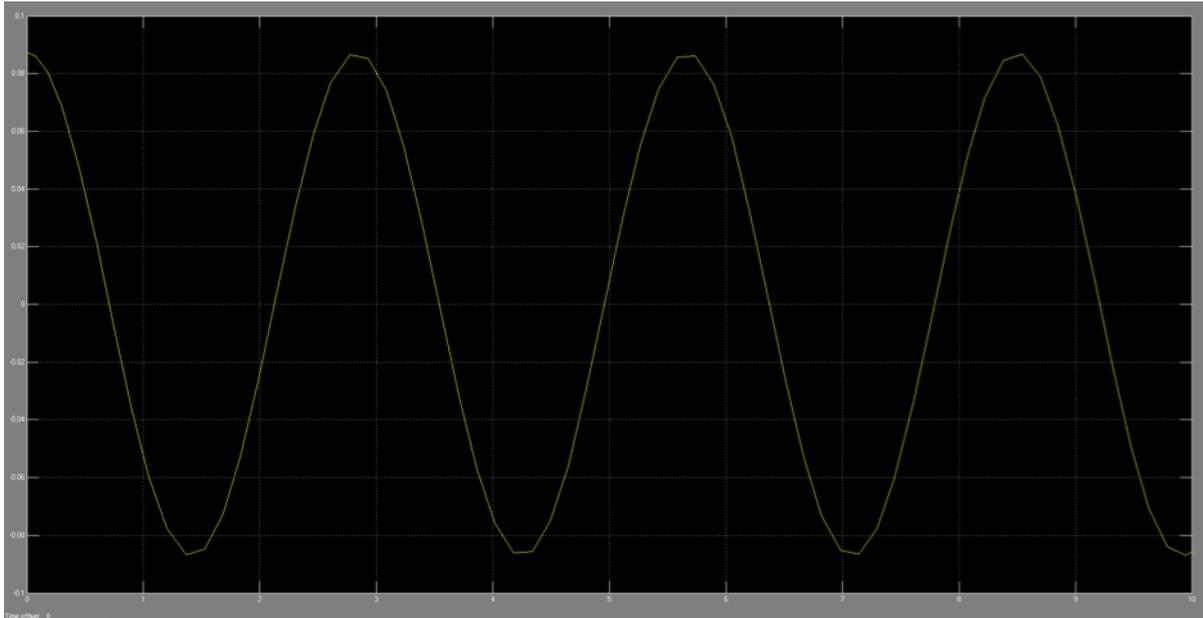


Figure 4 - réponse de $\theta(t)$ à un lâcher de la charge à partir d'une condition initiale de 5°

- Amplitude : 0,174 rad avec une valeur maximale de 0,087 rad c'est-à-dire une amplitude de 10° avec un maximum de 5°
- Période : 2,8s

L'angle θ et la position X_c ont la même période mais sont en déphasage.

3) Essai avec d'autres conditions initiales

Condition initiale : valeur de θ_0	Période en s	Amplitude en radians	Amplitude en degrés
5°	2,8s	0,174 rad	10°
10°	3s	0,35 rad	20°
20°	3,1s	0,7 rad	$40,1^\circ$
30°	3,5s	1,04 rad	$59,9^\circ$
40°	3,8s	1,4 rad	$80,2^\circ$
50°	4,4s	1,74 rad	$99,7^\circ$

Théoriquement pour tout θ_0 , la période trouvée est de $T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2,8099s$ et l'amplitude est de $2 * \theta_0$. Les résultats expérimentaux de l'amplitude concordent avec les résultats théoriques peu importe la valeur de θ_0 . Au niveau de la période les résultats concorde quand θ est petit c'est-à-dire quand $\theta \leq 10^\circ$. Pour θ plus grand que 10° la période est plus élevée que les 2,8099s trouvé théoriquement.

La linéarisation de la partie théorique est faite pour $\theta < 10^\circ$ ce qui est logique avec les observations trouvées précédemment. De plus cette linéarisation est conforme avec l'utilisation d'un pont roulant car l'angle donné à une masse transportée n'est jamais très important. L'ordre de grandeur de 10° est adapté.

OPM – Commande d'un pont roulant

- 4) Pour simuler la stratégie de contrôle en boucle ouverte, la force appliquée est supposée un créneau parfait d'amplitude 1000N avec une largeur modulable.

D'après les résultats théoriques il faut que $T = \frac{2k\pi}{\omega_0}$ pour que $\theta(t) = 0$ avec $\omega_0 = \sqrt{\frac{(m+M)g}{Md}}$. Pour simuler cela il suffit de compléter le modèle avec un échelon adaptable en entrée (Figure 5). La taille de l'échelon doit valoir $k \cdot T_0$ avec $T_0 = 2,8099s$ (Figure 6).

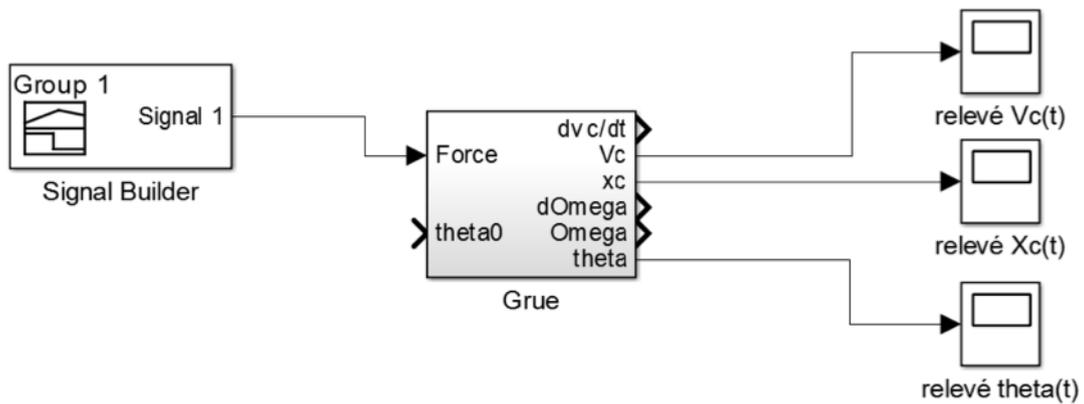


Figure 5 - Stratégie de contrôle des oscillations

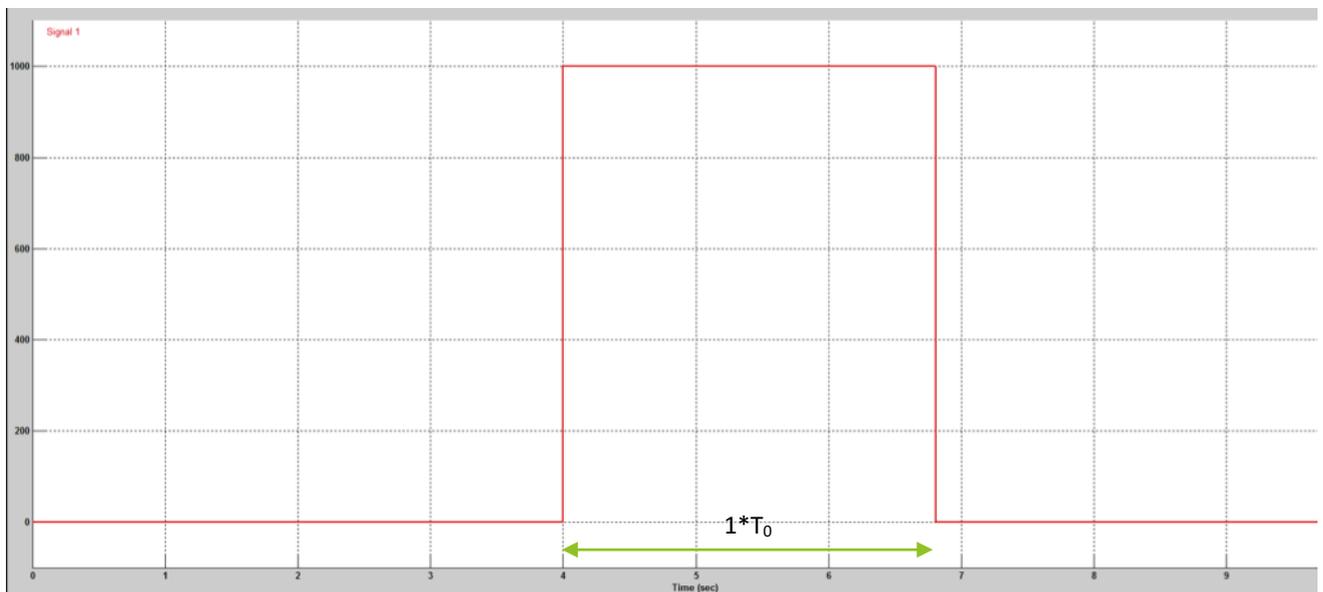


Figure 6 - échelon d'entrée pour la force permettant le contrôle des oscillations

Dans ce cas comme on ne prend qu'une fois T_0 il n'y aura qu'une oscillation qui pourra passer :

OPM – Commande d'un pont roulant

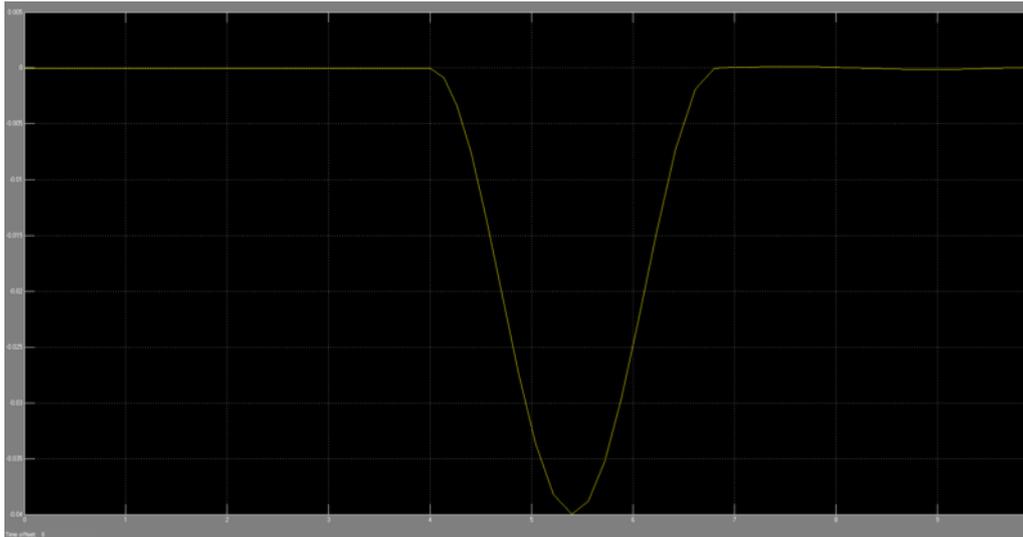


Figure 7 - réponse de $\theta(t)$ avec la stratégie de contrôle des oscillations

Comme prévu théoriquement on trouve bien une valeur de $\theta(t) = 0$ lorsque T est choisi correctement. Si T est quelconque le système continue les oscillations :

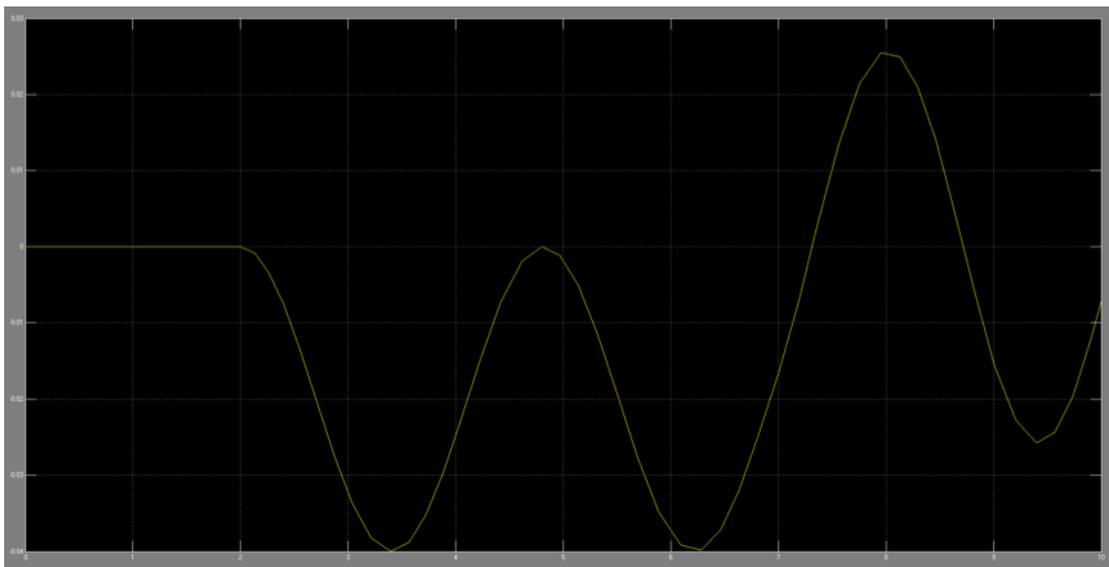


Figure 8 - réponse de $\theta(t)$ avec un choix de T non adapté

Le but de cette méthode est d'avoir qu'un faible nombre d'oscillation et d'avoir une réponse de θ qui tend vers 0.

OPM – Commande d'un pont roulant

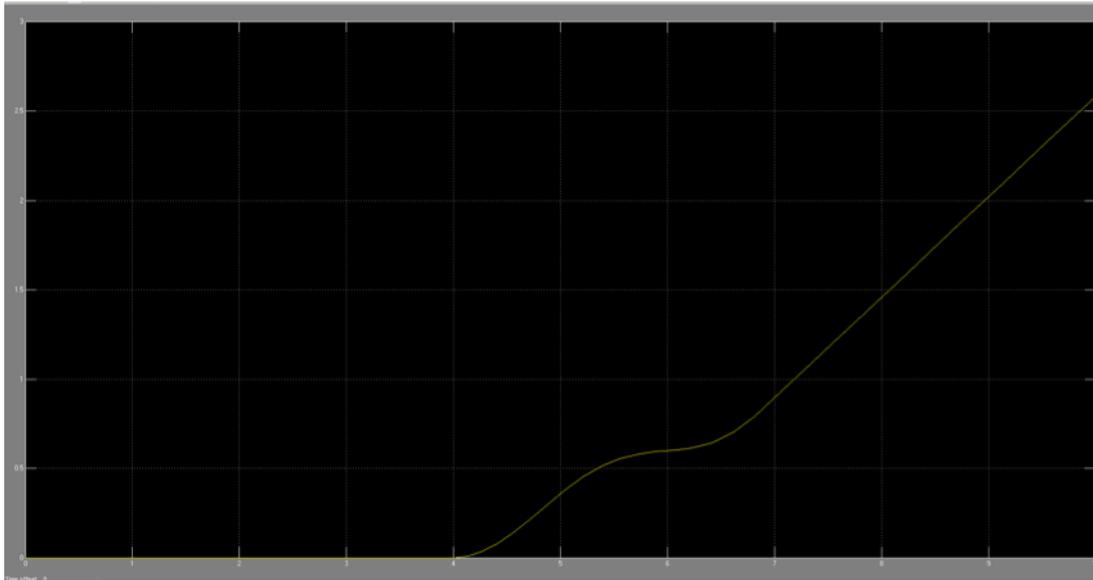


Figure 9 - réponse de $X_c(t)$ avec la stratégie de contrôle des oscillations

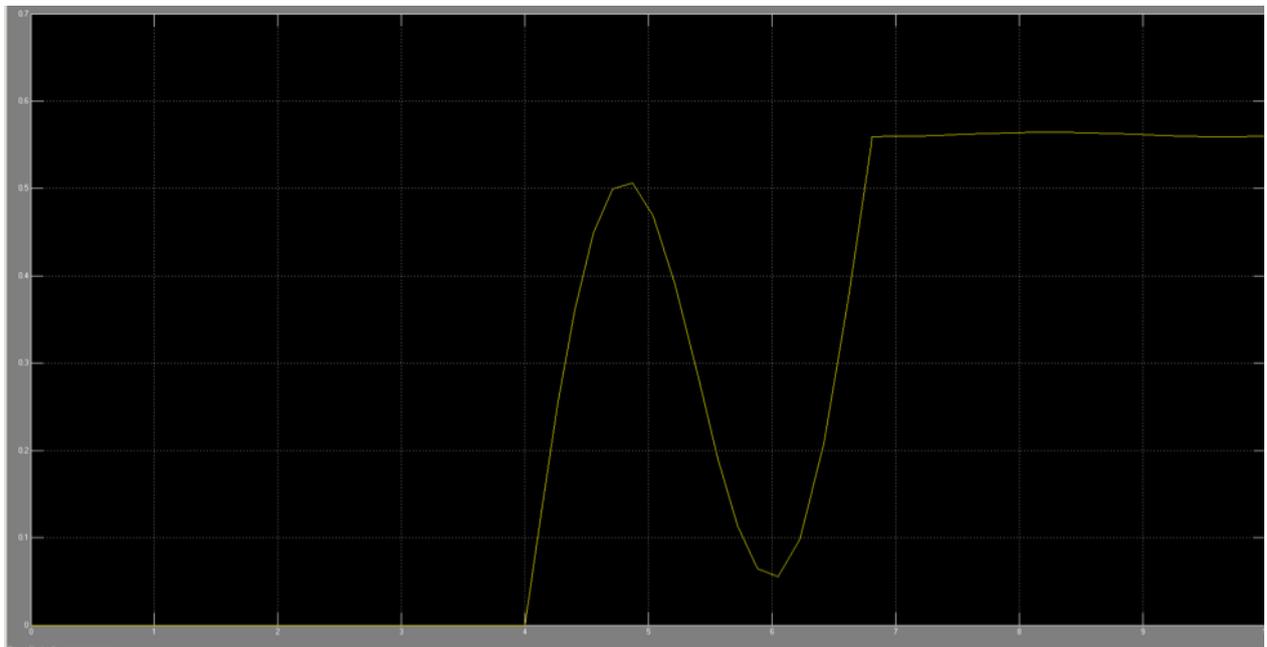


Figure 10 - réponse de $V_c(t)$ avec la stratégie de contrôle des oscillations

On peut faire la même chose avec plus d'oscillations.

On arrive à compenser l'effet de l'inertie grâce à la stratégie de contrôle des oscillations.

5) En prenant en compte la correction proportionnelle de l'angle dans la simulation le schéma est le suivant. Théoriquement on avait trouvé que pour que le système soit stable il fallait que $K < (M+m) \cdot g = 50000$

OPM – Commande d'un pont roulant

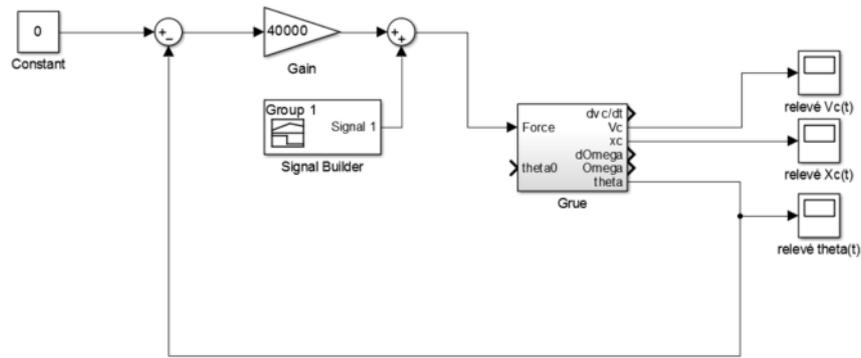


Figure 11 - schéma bloc pour la simulation avec une correction de l'angle

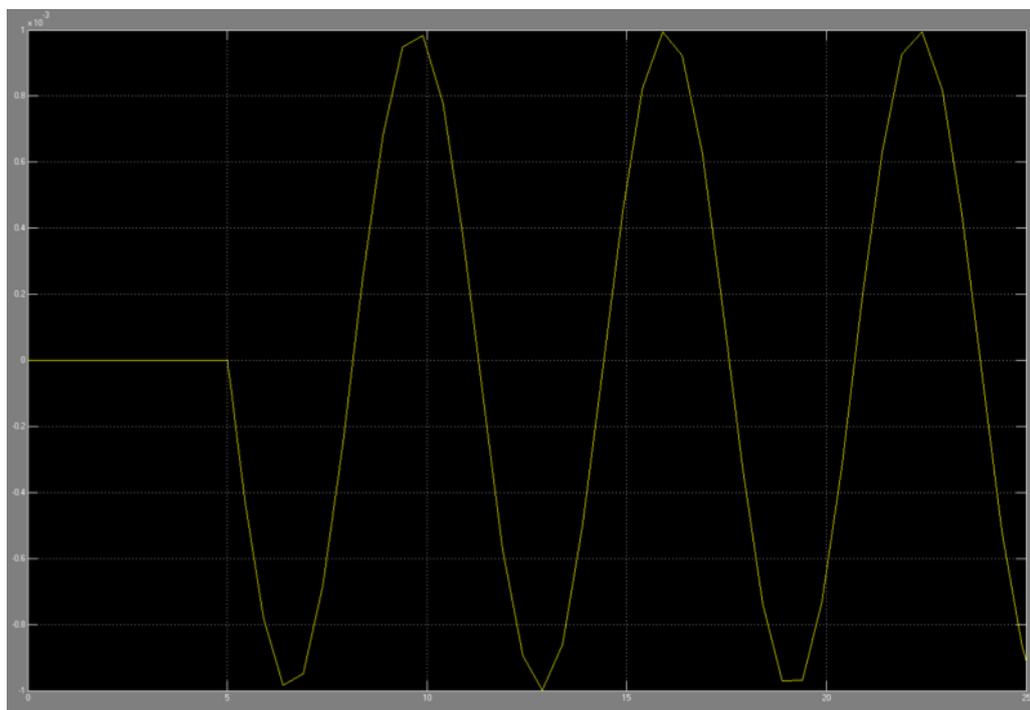


Figure 12 - réponse de $\theta(t)$

Le système commence à partir du moment où il y a la perturbation qui intervient.

La période trouvée est maintenant de 6,3s et l'amplitude est de 0,002rad soit $0,11^\circ$ ce qui implique que l'angle est toujours très faible et correspond à la condition de linéarisation $\theta < 10^\circ$.

Lorsque le gain est pris plus grand que 50000 l'amplitude devient trop élevée. C'est en ça que le système n'est pas stable.

6) Le but est de faire comme à la question 4, et d'avoir une réponse de $\theta(t) = 0$. A la question 4 c'était la stratégie de contrôle des oscillations qui était utilisée, or cette méthode n'est pas adaptable en réalité. En effet on ne peut pas régler un échelon de manière aussi précise. Avec cette méthode il y a une oscillation mais la réponse tend vers 0.

En effet avec la simulation c'est ce qui va être trouvé :

OPM – Commande d'un pont roulant

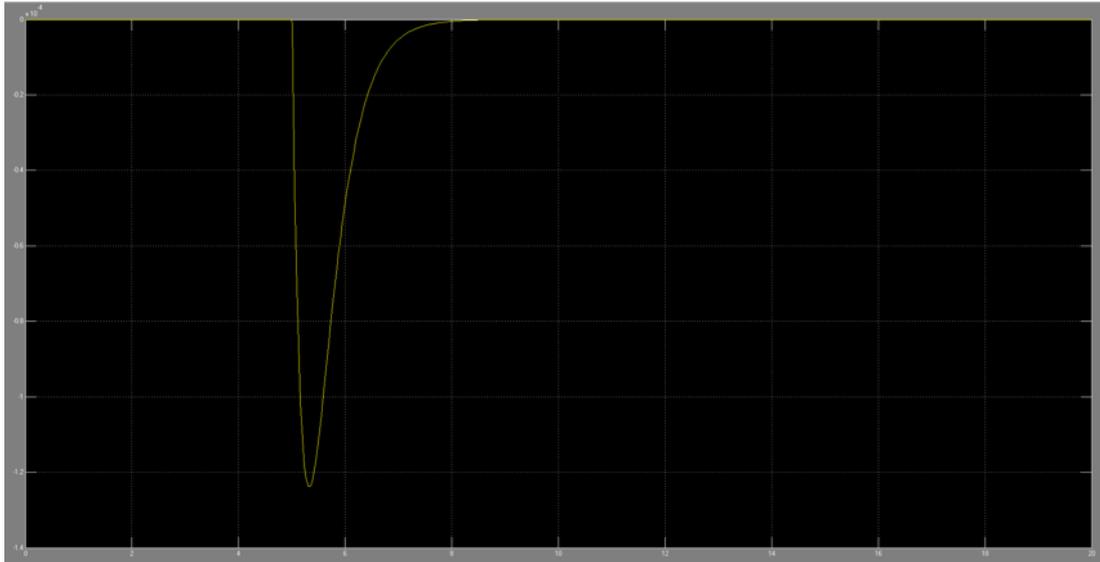


Figure 13 - réponse de $\theta(t)$ avec une correction bathymétrique

Remarquons de plus que l'amplitude de l'oscillation est très faible puisqu'elle est seulement de $0,007^\circ$.

7) Maintenant que l'angle est asservi correctement sur l'angle, nous allons étudier la stabilité en position en comparant l'effet d'une boucle comme étudié théoriquement et un retour unitaire. Le schéma bloc de la simulation est le suivant :

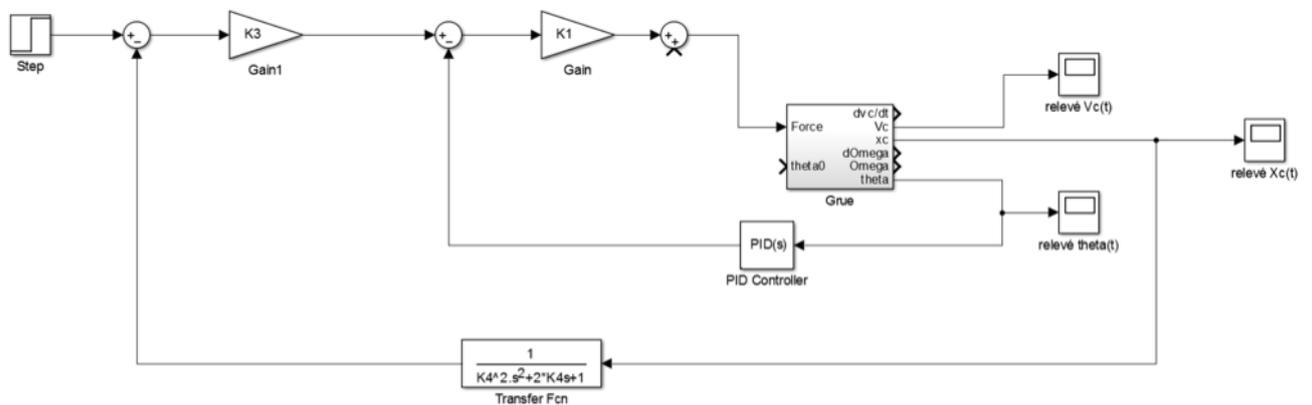


Figure 14 - schéma bloc de l'asservissement de position du pont

Avec $K3=3,5 \cdot 10^{-3}$ et $K4=50$

OPM – Commande d'un pont roulant

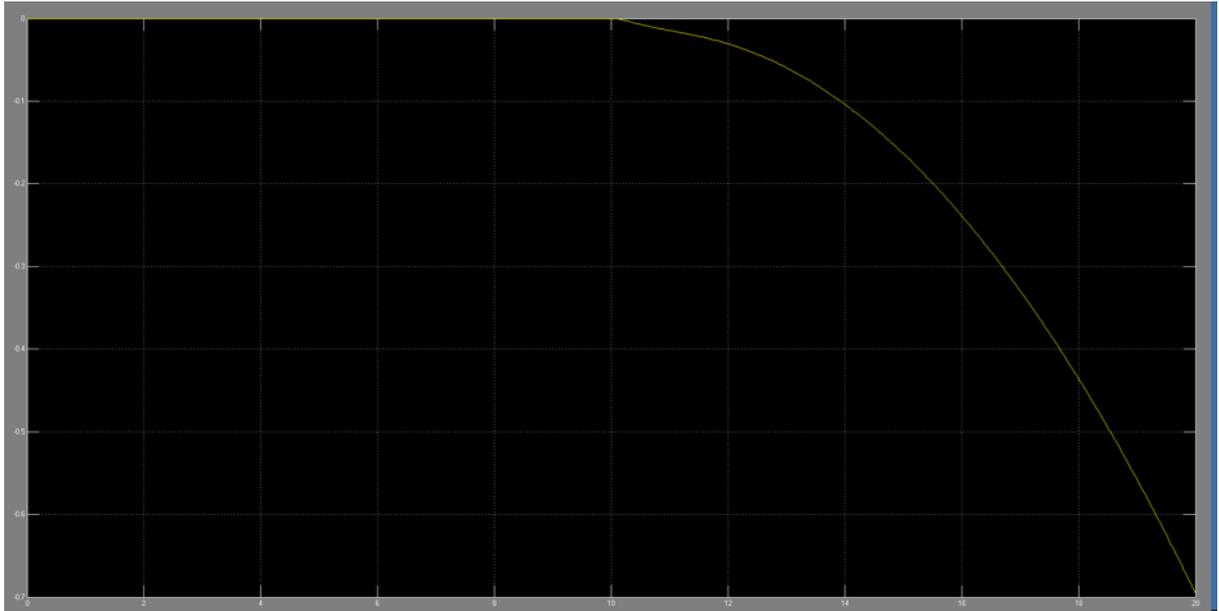


Figure 15 - réponse de $X_c(t)$ avec un asservissement en position comme étudié théoriquement

La réponse avec le correcteur diverge et est la même qu'avec un retour unitaire.

On observe que la réponse diverge vers les valeurs négatives. En plaçant un retour unitaire, la réponse est sensiblement la même ; on diverge vers les valeurs négatives. Ce phénomène serait dû aux signes – dans les fonctions de transfert. En effet, Matlab ne simplifie pas les signes – mais rajoute des phases de $-\pi$ on a donc une phase à -2π maximum ; le système n'est pas stable.

8) Pour résoudre ce problème, on ajoute un signe – dans la fonction de transfert de K3 pour supprimer le signe – au numérateur dans la FTBO et on supprime le retour unitaire. Pour supprimer la phase de π au dénominateur (introduite par la fonction de $G_2(p)$), on ajoute une avance de phase que l'on règle de façon à avoir une marge de phase de 40° . Les valeurs utilisées sont : $K=1$, $T=7,26$ et $a=1,87$.

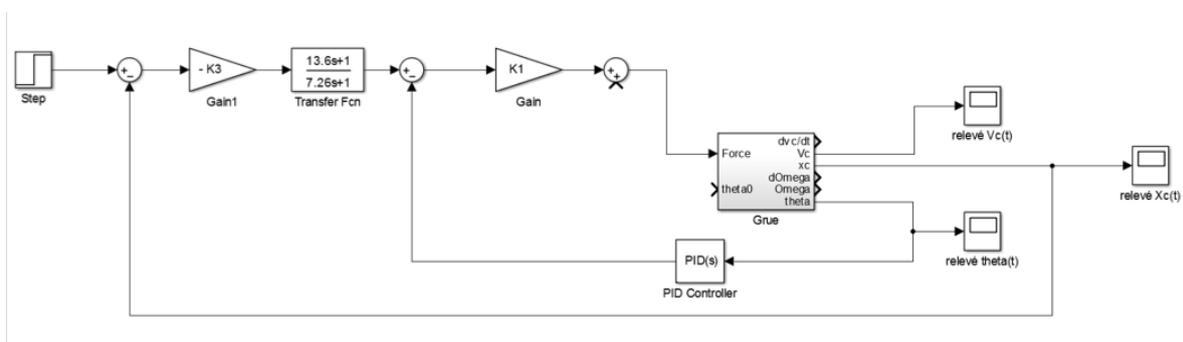


Figure 16 - schéma bloc du nouvel asservissement

OPM – Commande d'un pont roulant

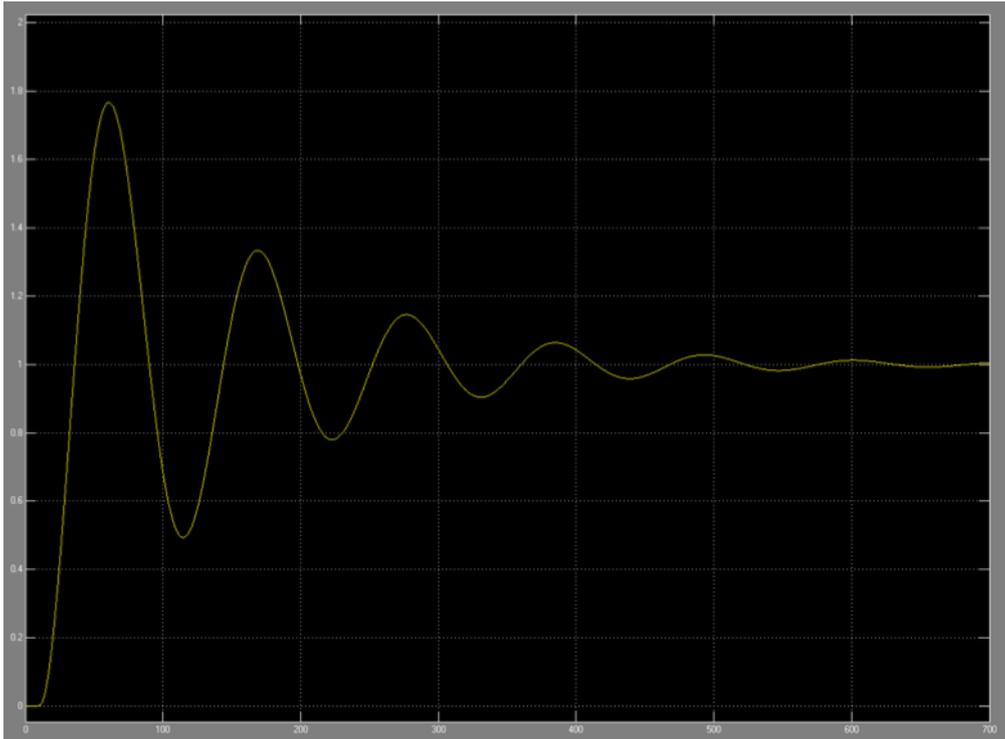


Figure 17 - réponse de X_c au nouvel asservissement

On observe que le système oscille beaucoup et met longtemps à atteindre la consigne (500 s). Cela est dû à la valeur élevée de la constante de temps dans l'avance de phase (7s). On observe que la puissance utilisée par le système est très faible (moins de 1W) en raison du très long temps pour déplacer la charge (déplacement quasi-statique) du système. Si on prenait en compte les frottements, la système ne fonctionnerait pas.

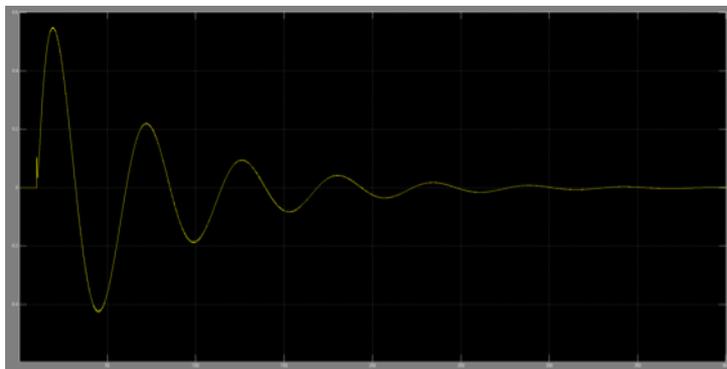


Figure 18 – puissance en sortie de la grue

En augmentant la valeur de a (multiplication par 10) et en diminuant la valeur de T (division par 10), on obtient un système plus rapide et sans oscillations. Cependant, on consomme beaucoup plus de puissance car on demande au système d'être plus rapide et sans oscillation : la puissance passe de 0,5 W en pique à 500 W. Il faut alors 10 s pour atteindre la consigne. Ce cas de figure se rapproche bien plus du cas qui serait rencontré au niveau industriel (moteur plus puissant et plus rapide) et démontre que les correcteurs mis en place précédemment sont correctement dimensionnés.