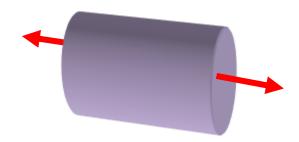


# La sélection des matériaux

# **Exercices**

## Exercice 1: Barre en traction



#### Critère de sélection : minimiser la masse à rigidité imposée

On veut minimiser la masse d'un arbre (de section S de longueur L et de densité  $\rho$ ) soumis à un effort de traction. La force de traction F est donnée ainsi que la longueur L. Les variables libres sont la section S et le choix du matériau. Rappel : la rigidité du barreau s'écrit  $k=\frac{F}{\delta}$  (avec  $\delta$  le déplacement).

Question 1: remplir le tableau des exigences et spécifications de la conception

Fonction	Barre
Contraintes	Résistance, doit rester dans le domaine élastique
Objectif	Minimiser la masse à rigidité imposée
Variables libres	Section S, matériaux

Question 2: Exprimer la masse de l'arbre?

$$m = \rho * S * L$$

**Question 3:** Exprimer la loi de Hooke et trouver une expression de la raideur k en fonction de m, E,  $\rho$  et L

$$k = \frac{E * m}{L^2 * \rho}$$

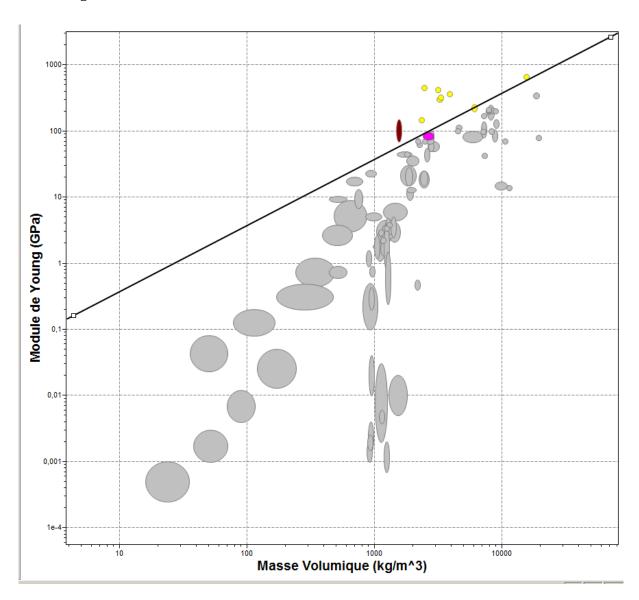
**Question 4:** En déduire le critère à maximiser portant sur les propriétés du matériau qui permet de choisir le matériau permettant de réaliser le raidisseur le plus léger Pour y arriver, vous pouvez prendre 2 barres de matières différentes  $(m_1, E_1, \mathbf{\varrho}_1)$  et  $(m_2, E_2, \mathbf{\varrho}_2)$ , sachant qu'ils ont la même rigidité, exprimer le rapport des masses, en déduire le critère (appelé aussi indice de performance).?

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{E_2 * \rho_1}{E_1 * \rho_2}$$

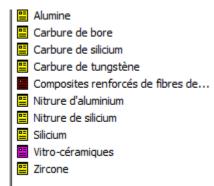
Le critère à maximiser est :

**Question 5** : quels sont les 10 meilleurs candidats ? Donner des critères supplémentaires permettant de les évaluer

Avec le logiciel EduPack:



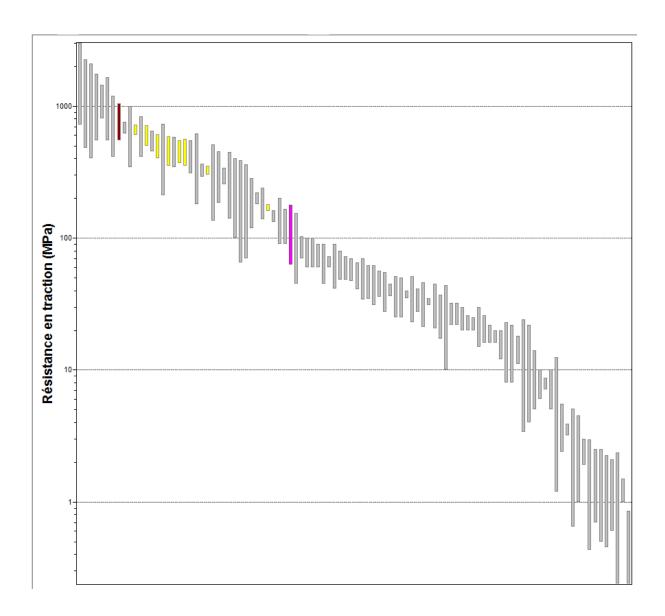
Les dix meilleurs candidats possibles sont :



On peut ajouter comme recyclable, résistance à la traction

**Question 6** : quelles seraient les solutions pour fabriquer un arbre à la fois rigide, résistant et le plus léger possible ?

critères: Le prix et s'il est



Le matériau a utiliser pour avoir un arbre à la fois résistant, rigide et léger sont les composites renforcés par des fibres de carbone

## Exo 2 : matériaux pour réservoir sous pression

On cherche à concevoir un réservoir sphérique, devant contenir un fluide sous pression, qui soit le moins cher possible. Le rayon du réservoir, R, et sa valeur maximale, DRmax, sont imposés ; la pression maximale, P, est également spécifié.



Rappel:  $\sigma = \frac{PR}{2e}$ 

**Question 1:** remplir le tableau des exigences et spécifications de la conception

Fonction	Réservoir soumis à une pression interne
Contraintes	Déformation maximale dans le domaine élastique
Objectif	Minimiser le coût du réservoir
Variables libres	Matériau

Question 2 : exprimer le coût du réservoir en fonction de la masse volumique du matériau.

R est le rayon extérieur.

C est le coût total

Pr est le prix au kilo

$$C = Pr * \rho * 4 * \pi * R^2 * e$$

**Question 3 :** exprimer la déformation du réservoir sous l'effet de la pression. En déduire l'indice de performance.

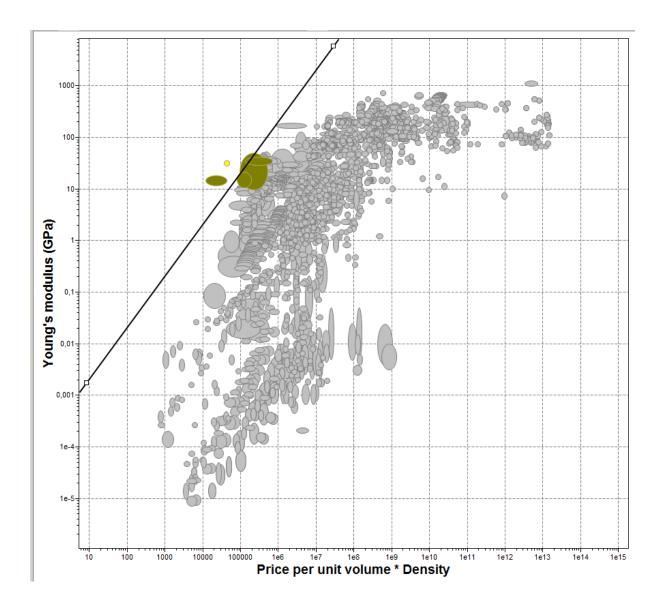
On utilise la loi de Hooke

$$\varepsilon = \frac{P * R}{2 * e * E}$$

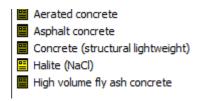
$$emini = \frac{P * R^2}{2 * Drmax}$$

Il faut maximiser :  $\frac{E}{Pr*\rho}$ 

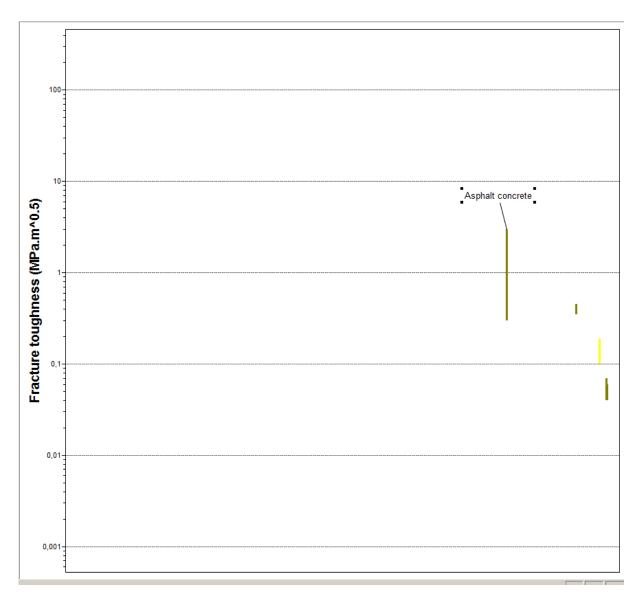
**Question 4 :** choisir Level 3 de CES Edupack. En déduire les 5 matériaux les plus performants



Les matériaux les plus performants sont :



**Question 5 :** afin de limiter la propagation des fissures, on cherche également à avoir une ténacité elevée  $(K_{IC})$ . Quel est alors le classement des matériaux ?



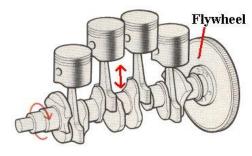
Commentaires : Le choix du matériau semble inadapté à la réalisation d'un réservoir, il faut sans doute affiner nos critères.

## Exercice 3: Matériaux pour volants d'inertie.

Les volants d'inertie permettent de stocker de l'énergie. Les petits, ceux qu'on trouve dans les jouets d'enfants, (jouets à friction) sont en plomb. Les vieilles locomotives à vapeur ont des volants qui sont fait en fonte. Les voitures en ont aussi (que vous ne pouvez pas voir) pour lisser la puissance de transmission. Plus récemment les volants ont été proposés comme système de stockage d'énergie et aussi comme systèmes de freinage pour les véhicules; quelques-uns ont été construits en acier à haute résistance, en matériaux composites. Plomb, fonte, acier, composites, il existe une diversité étrange.

#### Quel est le meilleur choix de matériau pour un volant?





Volant d'inertie dans un jouet à friction

Volant d'inertie dans un moteur de voiture

Un volant d'inertie efficace stocke autant d'énergie par unité de poids que possible. Plus le volant tournera, augmentant ainsi sa vitesse angulaire, plus il stockera de l'énergie. La limite est fixée par la rupture provoqué par la force centrifuge: si la contrainte induite par la force centrifuge dépasse la contrainte de traction (ou la résistance à la fatigue), le volant d'inertie éclatera. Un cas de figure, de toute évidence, qui ne devrait pas se produire. Le volant d'un jouet d'enfant n'est pas efficace dans ce sens. Sa vitesse est limitée par la puissance de friction de l'enfant, et jamais ne se rapprochera de la vitesse limite. Dans ce cas, nous voulons **maximiser l'énergie stockée par unité de volume à une vitesse angulaire constante**. Par contre, pour le volant d'une automobile, nous voulons **maximiser l'énergie stockée par unité de masse**. Il y a aussi une contrainte sur le rayon extérieur, *R*, du volant afin qu'il puisse s'adapter à un espace confiné. Son dimensionnement dépendra donc du cahier des charges. La stratégie d'optimisation de volants pour l'efficacité des systèmes de stockage d'énergie est différente de celle des jouets pour enfants.

**Question 1 :** remplir le tableau des exigences de conception pour le volant d'inertie pour les jouets d'enfant

Fonction	Volant d'inertie pour jouet pour enfants
Contraintes	Rext, espace confiné, domaine élastique
Objectif	maximiser l'énergie stockée par unité de volume à une vitesse angulaire constante
Variables libres	Matériau

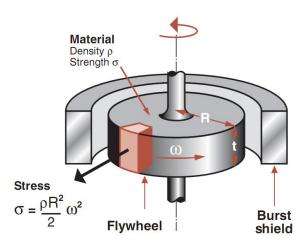


Figure 1: schéma de principe pour le volant d'inertie (Flywheel). Burst shield = bouclier; stress = contrainte

Question 2 : écrire l'énergie cinétique d'une masse tournante (voir sur le Web)

$$E_c = \frac{1}{2} * J * \omega^2$$

**Question 3 :** écrire le moment d'inertie<sup>1</sup> d'un cylindre de rayon R et de hauteur h (suivant l'axe du cylindre = moment d'inertie polaire)

$$J = \frac{\rho * \pi * R^4 * h}{2}$$

Question 4: exprimer le volume V, donner l'expression du paramètre à maximiser

$$V = \pi * R^2 * h$$

**Question 5 :** soit la contrainte maximale principale dans un disque en rotation  $\sigma_{max} = \left(\frac{3+\nu}{8}\right)\rho R^2\omega^2$ , on simplifiera en prenant v (le coefficient de Poisson) égale à 1/3 ( $\nu\approx 1/3$ ).

On fixera  $\sigma_{max} = \sigma_e$ . Exprimer l'indice de performance matériau ?

Question 6: tracer le graphe avec CES Edupack et commenter

 $<sup>^1</sup>$  Le moment d'inertie quantifie la résistance d'un corps soumis à une mise en rotation (ou plus généralement à une accélération angulaire), et a pour grandeur physique  $M \cdot L^2$  (le produit d'une masse et du carré d'une longueur, qui s'exprime en kg·m² dans le S.I.). C'est l'analogue de la masse inertielle qui, elle, mesure la résistance d'un corps soumis à une accélération linéaire.