

Séquence 2 : Étude technique

Sommaire :

I) Rappel du contexte de l'étude.....	2
II) Problématique.....	2
III) Étude géométrique paramétrée.....	2
IV) Étude statique paramétrée.....	3
V) Détermination définitive des paramètres.....	9
VI) Conclusion.....	10

I) Rappel du contexte de l'étude :

A la suite de l'élection de la solution n°27 dans le cadre de l'appel d'offre de la chaîne de restauration « Bonn'Bouffe », nous allons réaliser une étude technique afin de déterminer les efforts aux liaisons dans l'objectif de dimensionner par la suite chaque élément de l'ouvre-bouteille.

II) Problématique : Déterminer les longueurs laissées « libres » permettant de minimiser les efforts aux liaisons et l'effort de traction tout en respectant les contraintes du cahier des charges.

III) Étude géométrique paramétrée

On mène une étude géométrique sur le système afin d'être assuré qu'il respecte le cahier des charges.

Hypothèses :

- Le schéma cinématique fourni respecte les proportions.
- Symétrie par rapport à la droite (JC).
- Dans l'état déplié la vis (40) ne dépasse pas de la pièce 0.
- Dans l'état replié la vis (40) dépasse de la pièce 0 de la longueur du filetage qui va rentrer dans le bouchon que l'on approxime au 3/4 de la longueur du bouchon soit $3L/4$.

Il semble que dans l'état replié et déplié la largeur maximale soit DH cependant nous le vérifierons lors de l'étude finale des dimensions.

La largeur maximale sera alors : $DH = 2L_{31} \cos(\delta) + L_{50}$ ou $GB = 2L_{11} \cos(\alpha) + L_0$

D'autre part, la hauteur maximale dans l'état déplié est :

$$JK = L_{51} + L_{31} \sin(\delta) + L_{21} \sin(\beta) + L_{11} \sin(\alpha)$$

Et dans l'état replié la hauteur maximale est : $JK = L_{51} + L_{31} \sin(\delta) + L_{21} \sin(\beta) + L_{11} \sin(\alpha) + \frac{3L}{4}$

IV) Étude statique paramétrée :

Notations :

$$\vec{F}_{\text{doigt1/ouvrebutailles}} = \vec{F}_1$$

$$\vec{F}_{\text{doigt2/ouvrebutailles}} = \vec{F}_2$$

$$F = F_1 + F_2$$

$$\vec{R}_{\text{bouchon/ouvrebutailles}} = \vec{R}$$

$$\vec{R}_{\text{bouteille/ouvrebutailles}} = \vec{B}$$

Hypothèses :

- Mouvement plan.
- Liaisons sans frottements.
- On suppose $\vec{B} = B\vec{y}$.
- Le système est utilisé de manière normale, il est donc posé sur une bouteille.
- L'action de pesanteur est négligée devant les efforts mis en jeu.
- On nomme axe : l'axe qui relie les pièces 22, 21 et la vis (40). Et on suppose que les efforts sont uniformément répartis entre 21 et 22.
- Les deux doigts exercent la même force d'où : $F_1 = F_2 = \frac{F}{2}$
- L'ensemble du système ainsi que les forces qui sont exercées sont symétriques d'axe la droite (JC)
- Lors de l'ensemble du mouvement $\beta \in [20^\circ, 70^\circ]$

Méthode de résolution :

1) On isole le système en entier on trouve alors un lien entre la force exercée par le bouchon : R, celle exercée par la bouteille: B, et celle exercée par les doigts : F.

2) On utilise la symétrie pour n'avoir à étudier que la moitié des barres.

3) On isole chacune des pièces étudiées pour en déduire les efforts de liaison :

a) On isole 50+60 : solide soumis à 3 forces avec 2 inconnus : le théorème de la résultante statique en projection sur \vec{x} et \vec{y} nous permet de les calculer.

b) On isole 31 : solide soumis à deux forces, elles ont donc la même direction qui est la droite passant par les points d'application des forces et même normes. On les déduit grâce à ce que l'on a trouvé précédemment : en 3)a) grâce au principe des actions réciproques.

c) On isole 0 : solide soumis à trois forces : même raisonnement que pour l'ensemble 50+60 étudié en 3)a).

Arrivé ici on connaît les efforts dans les liaisons sauf celle entre 21, 22 et la vis (là où on fait intervenir un axe) mais on ne peut pas encore exprimer F et B en fonction de R qui interviennent néanmoins dans les efforts aux liaisons.

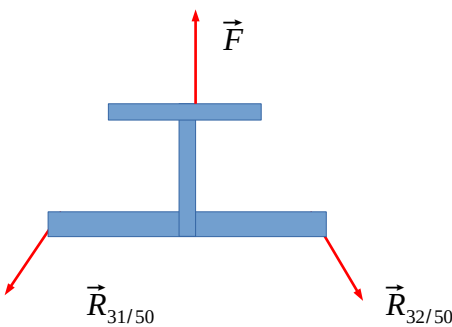
d) On isole l'axe : en supposant que les efforts de 21 et 22 sur l'axe sont les mêmes. Le solide est soumis à trois forces c'est la même démarche que précédemment.

e) On isole 21 : le solide est soumis à trois forces avec en ses extrémités : D et B des forces connues et en C une force que l'on ne cherche pas à déterminer. On utilise le théorème du moment statique en C en projection sur \vec{z} .

Cela met en évidence qu'il est possible de déterminer les efforts dans les liaisons on passe alors à la résolution.

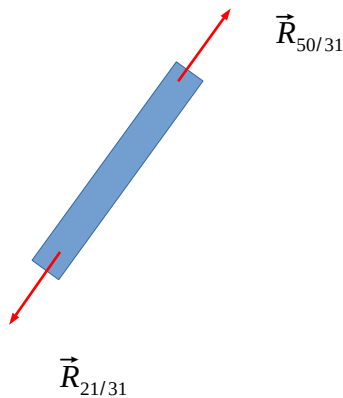
Résolution statique :

a) On isole 50+60 : solide soumis à 3 forces avec 2 inconnus : le théorème de la résultante statique en projection sur \vec{x} et \vec{y} nous permet de les calculer.



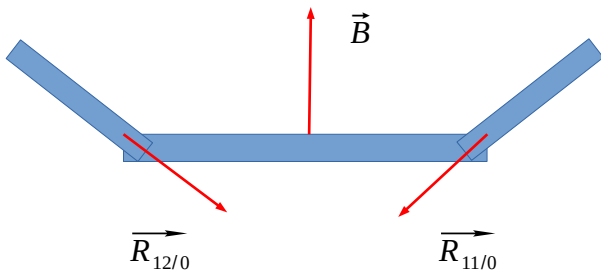
$$\vec{R}_{32/50} = \vec{R}_{31/50} = \frac{F}{2 \sin(\delta)}$$

b) On isole 31 : solide soumis à deux forces, elles ont donc la même direction qui est la droite passant par les points d'application des forces et même normes. On les déduit grâce à ce que l'on a trouvé précédemment : en 3)a) grâce au principe des actions réciproques.



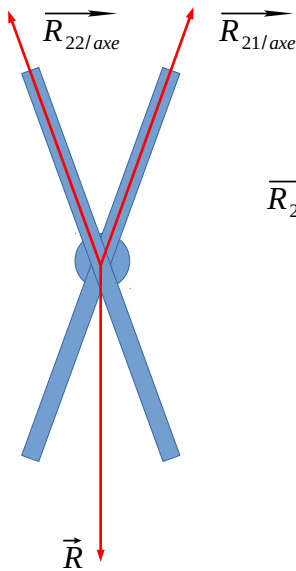
$$R_{21/31} = R_{50/31} = \frac{F}{2 \sin(\delta)}$$

c) On isole 0 : solide soumis à trois forces : même raisonnement que pour l'ensemble 50+60 étudié en 3)a).



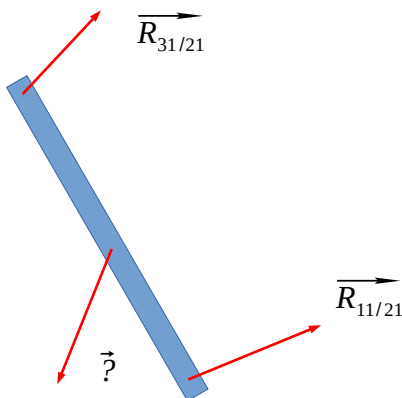
$$\vec{R}_{12/0} = \vec{R}_{11/0} = \frac{B}{2 \sin(\alpha)}$$

d) On isole l'axe : en supposant que les efforts de 21 et 22 sur l'axe sont les mêmes. Le solide est soumis à trois forces c'est la même démarche que précédemment.



$$\vec{R}_{21/axe} = \vec{R}_{22/axe} = \frac{R}{2 \sin(\beta)}$$

e) On isole 21 : le solide est soumis à trois forces avec en ses extrémités : D et B des forces connues mais en C une force inconnue. Pour pallier au problème : on utilise le théorème du moment statique en C en projection sur \vec{z} .



On trouve alors :

$$B = F \times \frac{L_{21} - L_{20}}{L_{20}} \times \left| \frac{\cos(\beta) + \frac{\sin(\beta)}{\tan(\delta)}}{\cos(\beta) + \frac{\sin(\beta)}{\tan(\alpha)}} \right|$$

avec $F = F_1 + F_2$

L'étude statique est finie on peut déterminer les efforts dans les liaisons ainsi que la force à exercer par les doigts en fonction de la force résistante du bouchon.

On cherche maintenant à étudier l'évolution de ces efforts : trouver leurs maxima et les minimiser en faisant varier certains paramètres.

Pour cela on va exprimer l'ensemble des variables à partir d'un nombre minimal de paramètres que nous ferons varier par la suite. Les paramètres choisis sont : β et L_{31} . Il y aurait dû avoir aussi L_{11} , L_{50} et L_{51} mais nous utiliserons l'hypothèse de proportionnalité du schéma pour simplifier l'étude.

On calcule les autres variables grâce à ces deux paramètres :

Premièrement, on utilise les relations données dans la « fiche solution n°27 » :

$$L_{31} = 0,94(L_{21} - L_{20}) \quad \text{et} \quad L_{11} = 0,63 \cdot L_{20}$$

Deuxièmement on utilise la donnée du diamètre du goulot pour donner une approximation de L_0 :

$$L_0 \approx d_1 + 1 = 23,5 \text{ mm}$$

Puis on réalise une fermeture géométrique : $\vec{ED} + \vec{DH} + \vec{HI} + \vec{IE} = \vec{0}$ en projection sur \vec{x} pour déterminer δ :

$$\delta = \arccos\left(\frac{\frac{L_{31}}{0,94} \cos(\beta) - \frac{L_{50}}{2}}{L_{31}}\right)$$

Ensuite, on réalise la fermeture géométrique : $\vec{FA} + \vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CG} + \vec{GF} = \vec{0}$ en projection sur \vec{x} pour déterminer α :

$$\alpha = \arccos\left(\frac{\frac{L_{11}}{0,63} \cos(\beta) - \frac{L_0}{2}}{L_{11}}\right)$$

On fixe R à la valeur de la force maximale qu'exerce la bouteille sur le bouchon, dans notre cas on posera donc $R = 300 \text{ N}$.

Il n'est pas obligatoire de supposer que le schéma respecte les proportions cependant cela simplifie l'étude et permet de n'avoir que L_{31} comme longueur variable.

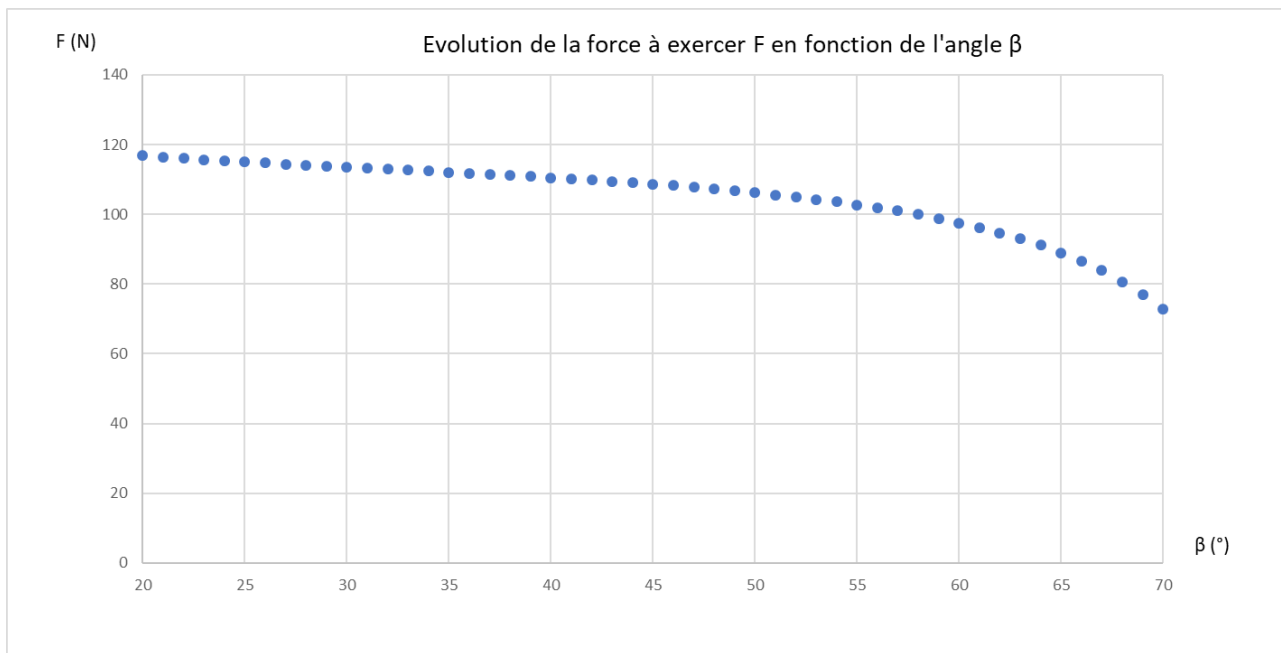
Avec l'hypothèse de proportionnalité on trouve :

$$L_{50} = \frac{9}{52} L_{31}$$

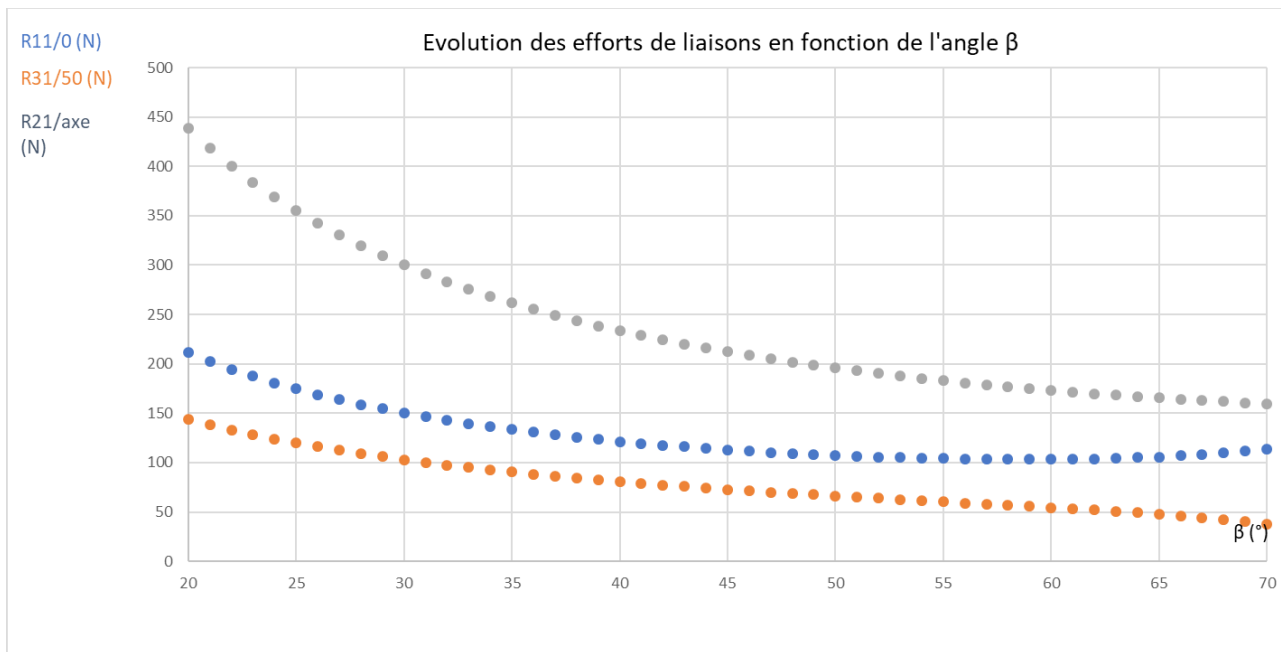
$$L_{51} = \frac{23}{52} L_{31}$$

$$L_{11} = \frac{23}{52} L_{31}$$

Dans un premier temps, étudions l'évolution des efforts lors du mouvement donc lorsque β varie de 20° à 70° , L_{31} étant fixés.



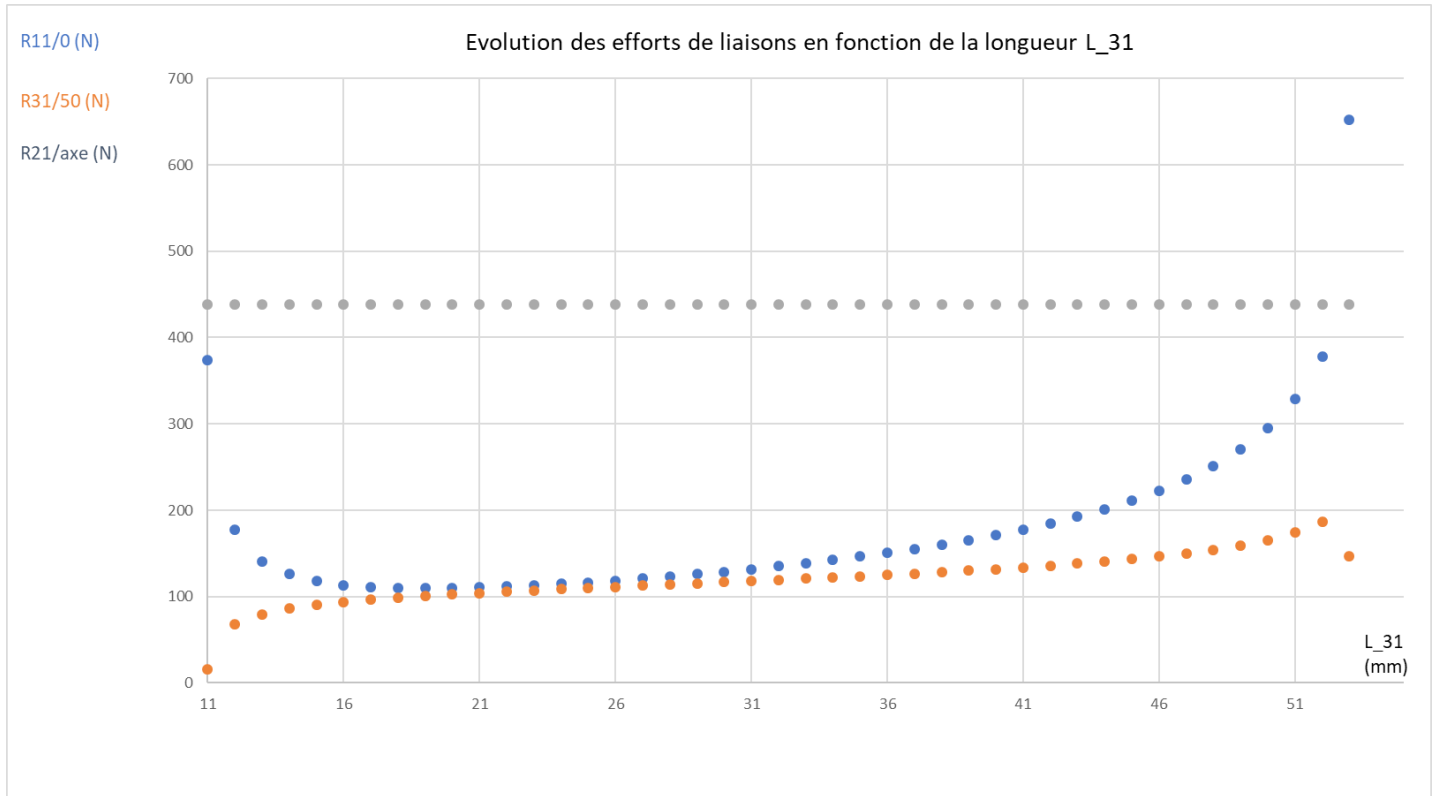
On trouve que la valeur maximale de F est : 117 N et est atteinte pour $\beta=20^\circ$



On remarque que les efforts dans les liaisons sont maxima lorsque l'angle est minimum soit égal à 20° .

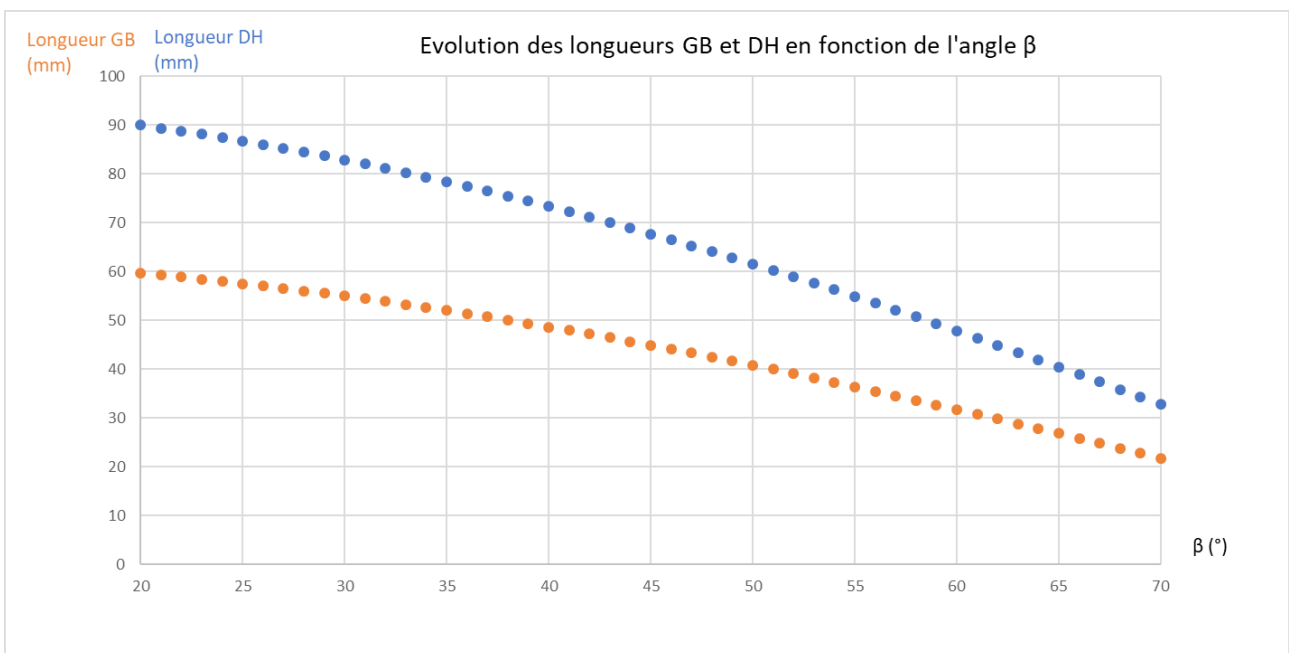
On va alors faire varier les autres paramètres en fixant β à 20° afin de maximiser ces efforts.

On fait alors varier L_{31} de 11 à 53 mm car cela semble être une plage cohérente pour la dimension de la pièce 31 d'un tire-bouchon de ce type.



On remarque que le meilleur triplet d'effort est lorsque $L_{31} \in [18; 26] \text{ mm}$ on a alors $R_{11}/0 \leq 118 \text{ N}$ $R_{31}/50 \leq 112 \text{ N}$ et $R_{21}/axe \leq 439 \text{ N}$

En ce qui concerne la largeur maximale, on trace sur un même graphique l'évolution de la longueur DH et de la longueur GB afin déterminer la largeur maximale à l'état replié et à l'état déplié :



On remarque bien que la longueur DH reste toujours supérieure à la longueur GB donc DH représente bien la largeur du système replié et déplié comme nous l'avions précédemment supposé.

Sachant que β varie de 20° à 70° , on considère que l'état replié est lorsque $\beta = 20^\circ$ et l'état déplié lorsque $\beta = 70^\circ$.

La largeur maximale autorisée est de 120 mm à l'état replié et 90mm à l'état déplié.

En ce qui concerne la hauteur maximale : la hauteur maximale autorisée est de 130mm dans l'état replié et de 225 mm à l'état déplié.

Pour $L_{31} \in [18; 26] \text{ mm}$ la largeur du système replié est : $DH \leq 52 \text{ mm}$, la hauteur du système replié est inférieure ou égale à 84 mm donc le cahier des charges est respecté.

D'autre part, la largeur du système déplié est : $DH \leq 19 \text{ mm}$, la hauteur du système déplié est de : 86 mm donc le cahier des charges est respecté.

On cherche alors la valeur de L_{31} minimisant l'effort de traction maximal F nécessaire pour β allant de 20° à 70° :

L_{31} (mm)	F maximale (N)
18	208
19	170
20	143
21	122
22	104
23	88
24	89
25	90
26	91

La valeur de L_{31} minimisant l'effort de traction F exercé par l'utilisateur est 23 mm.

V) Détermination définitive des paramètres

Le résultat optimal trouvé pour $L_{31} = 23 \text{ mm}$ semble cohérent aux vu des dimensions d'un tire-bouchon classique.

En choisissant $L_{31} = 23 \text{ mm}$ on trouve alors : $L_{11} = 10,2 \text{ mm}$, $L_{50} = 4,0 \text{ mm}$, $L_{51} = 10,2 \text{ mm}$, $L_{20} = 16,1 \text{ mm}$, $L_{21} = 40,6 \text{ mm}$.

S'il s'avère que de telles dimensions sont difficiles à réaliser, on vu des résultat trouvés précédemment on pourrait faire varier L_{31} dans l'intervalle $[23; 26] \text{ mm}$ sans augmenter de manière conséquente les efforts aux liaisons ni l'effort de traction.

VI) Conclusion :

A la suite de cette étude, nous avons pu déterminer la valeur de la longueur des barres du tire-bouchon minimisant les efforts dans les liaisons ainsi que l'effort de traction exercé par l'utilisateur. Pour cela, nous avons pris comme paramètre lors de l'étude la longueur : L_{31} en supposant que les valeurs L_{11} , L_{50} et L_{51} pouvait être déterminées à partir de cette dernière grâce à la proportionnalité du schéma. Cela a été fait dans le but de simplifier l'étude. Si on voulait réellement optimiser au mieux les dimensions du tire-bouchon il aurait fallu faire varier l'ensemble de ces 4 paramètres indépendamment.