

Système papillon motorisé pour moteur essence injection directe

Banque PT SI A 2015

corrigé

PARTIE 1

ANALYSE PARTIELLE DE LA GESTION DU COUPLE MOTEUR

Question 1/

STR lent : variables à évolution temporelle lente

STR rapide : variables à évolution temporelle rapide

Question 2/

- Moteur :
 - Attelage mobile :
 - **Vilebrequin** :
 - Capteur vitesse/position
 - **Bloc moteur** :
 - Capteur anticliquetis
 - Capteur de température
 - Culasse :
 - **Système de distribution** :
 - Capteur position avance variable
 - **Collecteur échappement** :
 - Capteur température échappement
- Périphérique moteur :
 - **Alimentation carburant** :
 - Capteur pression alimentation carburant
 - **Suralimentation** :
 - Capteur pression
 - **Catalyseur** :
 - Capteur taux oxygène

PARTIE 2

MODELISATION MECANIQUE DU BOITIER PAPILLON

Question 3/

$$K_{red} = \frac{\omega_s}{\omega_e} = \frac{\theta_s}{\theta_e}$$

Or

$$K_{red} = \frac{\omega_s}{\omega_i} \cdot \frac{\omega_i}{\omega_e} = \frac{Z_{22}}{Z_{32}} \cdot \frac{Z_{11}}{Z_{21}}$$

AN :

$$K_{red} = \frac{14}{57} \cdot \frac{10}{49} \approx \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5} \approx \frac{1}{20}$$

$$K_{red} \approx \frac{1}{20}$$

$$\theta_e = \frac{\theta_s}{K_{red}}$$

AN :

$$\theta_e = \frac{105}{\frac{1}{20}} \approx 2000^\circ$$

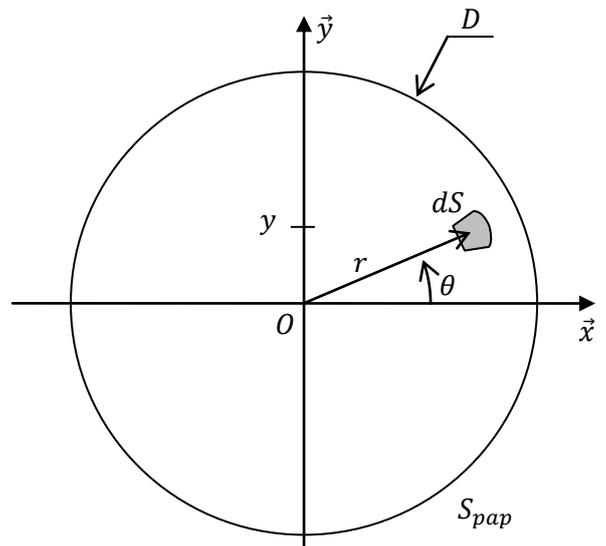
Pour avoir une rotation $\theta_s = 105^\circ$ il faut une rotation du rotor du moteur de $\theta_e \approx 2000^\circ$

Question 4/

$$J_{pap} = \int_{S_{pap}} y^2 \cdot dm$$

$$\text{Avec : } dm = \rho_{vp} \cdot e_p \cdot dS$$

$$\text{En coordonnées polaires : } \begin{cases} dS = r \cdot dr \cdot d\theta \\ y = r \cdot \sin\theta \end{cases}$$



$$J_{pap} = \rho_{vp} \cdot e_p \cdot \int_{\theta=0}^{\theta=2\pi} \int_{r=0}^{r=\frac{D}{2}} (r \cdot \sin\theta)^2 \cdot r \cdot dr \cdot r\theta$$

$$J_{pap} = \rho_{vp} \cdot e_p \cdot \int_{\theta=0}^{\theta=2\pi} \sin^2\theta \cdot d\theta \int_{r=0}^{r=\frac{D}{2}} r^3 \cdot dr$$

$$J_{pap} = \rho_{vp} \cdot e_p \cdot \pi \cdot \frac{1}{4} \left(\frac{D}{2}\right)^4$$

$$\boxed{J_{pap} = \rho_{vp} \cdot e_p \cdot \pi \cdot \frac{D^4}{64}}$$

J_{pap} est le moment d'inertie de la vanne-papillon par rapport à son axe de rotation, J_{pap} est le moment d'inertie de l'axe et du pignon 31 par rapport au même axe de rotation, donc le moment d'inertie total J_3 par rapport à ce même axe est :

$$\boxed{J_3 = J_{pap} + J_{axe}}$$

Question 5/

$$E_c = E_{c(1/\mathcal{R}_g)} + E_{c(2/\mathcal{R}_g)} + E_{c(3/\mathcal{R}_g)}$$

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot J_1 \cdot \omega_e^2 + \frac{1}{2} \cdot J_2 \cdot \omega_i^2 + \frac{1}{2} \cdot J_3 \cdot \omega_s^2$$

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot J_1 \cdot \omega_e^2 + \frac{1}{2} \cdot J_2 \cdot (K_{red1} \cdot \omega_e)^2 + \frac{1}{2} \cdot J_3 \cdot (K_{red} \cdot \omega_e)^2$$

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot [J_1 + J_2 \cdot K_{red1}^2 + J_3 \cdot K_{red}^2] \cdot \omega_e^2$$

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot J_{eq} \cdot \omega_e^2$$

$$\text{Avec } \boxed{J_{eq} = J_1 + J_2 \cdot K_{red1}^2 + J_3 \cdot K_{red}^2}$$

AN :

$$J_{eq} = 4 \cdot 10^{-6} + \underbrace{7,5 \cdot 10^{-9} \left(\frac{10}{49}\right)^2}_{< 4 \cdot 10^{-8}} + \underbrace{8,4 \cdot 10^{-7} \left(\frac{10}{49} \cdot \frac{14}{57}\right)^2}_{< 4 \cdot 10^{-8}} \approx 4 \cdot 10^{-6}$$

On a donc :

$$\boxed{J_{eq} \approx J_1}$$

Question 6/

Le couple de précharge appliqué par le ressort de rappel est proportionnel à l'angle de rotation de l'ensemble 3.

$$\Delta C_R = K_R \cdot \theta_s$$

AN :

$$\Delta C_R = 0,1 \times 2 = 0,2 N \cdot m$$

Le couple de rappel est : $C_R = 1,7 N \cdot m$

$$\frac{\Delta C_R}{C_R} = \frac{0,2}{1,7} \approx 10\%$$

L'hypothèse « couple constant exercé par le ressort sur l'axe » est acceptable.

Question 7/

TEP appliqué à l'ensemble $\Sigma = \{1, 2, 3\}$

$$\left. \frac{dE_{c(\Sigma/\mathcal{R}_g)}}{dt} \right] = \mathcal{P}_{AME \rightarrow \Sigma/\mathcal{R}_g} + \mathcal{P}_{AMI, \Sigma}$$

BAME	$\mathcal{P}_{AME \rightarrow \Sigma/\mathcal{R}_g}$
$0 \rightarrow 1$	= 0 liaison au bâti parfaite
$0 \rightarrow 2$	= 0 liaison au bâti parfaite
$0 \rightarrow 3$	= 0 liaison au bâti parfaite
<i>air</i> $\rightarrow 3$	= 0 action négligeable
<i>moteur</i> $\rightarrow 1$	$\neq 0$
<i>ressort</i> $\rightarrow 3$	$\neq 0$

BAMI	$\mathcal{P}_{AMI, \Sigma}$
$1 \leftrightarrow 2$	= 0 roulement sans glissement
$2 \leftrightarrow 3$	= 0 roulement sans glissement

Le couple exercé par le moteur est supposé constant on a :

$$\mathcal{P}_{moteur \rightarrow 1/\mathcal{R}_g} = C_m \cdot \omega_e$$

Le couple exercé par le ressort étant supposé constant on a :

$$\mathcal{P}_{ressort \rightarrow 3/\mathcal{R}_g} = -C_R \cdot \omega_s$$

Le TEP permet d'écrire :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \cdot J_{eq} \cdot \omega_e^2 \right) = C_m \cdot \omega_e - C_R \cdot \omega_s$$

$$J_{eq} \cdot \omega_e \cdot \dot{\omega}_e = C_m \cdot \omega_e - C_R \cdot K_{red} \cdot \omega_e$$

$$\boxed{J_{eq} \cdot \dot{\omega}_e = C_m - C_R \cdot K_{red}}$$

Question 8/

D'après la relation précédente on a : $\dot{\omega}_e = \frac{C_m - C_R \cdot K_{red}}{J_{eq}}$

Les couples C_m et C_R sont constants donc l'accélération angulaire $\dot{\omega}_e$ est constante.

Or $K_{red} = \frac{\omega_s}{\omega_e} = \frac{\dot{\omega}_s}{\dot{\omega}_e}$ donc l'accélération angulaire $\dot{\omega}_s$ est constante.

Par intégration on obtient :

$$\omega_s = \dot{\omega}_s \cdot t$$

$$\theta_s = \frac{\dot{\omega}_s}{2} \cdot t^2$$

Soit $\theta_{s \text{ ouverture}}$ l'angle de rotation au bout du temps $t_{ouverture}$.

$$\dot{\omega}_s = \frac{2 \cdot \theta_{s \text{ ouverture}}}{t_{ouverture}^2}$$

Soit :

$$\dot{\omega}_e = \frac{2 \cdot \theta_{s \text{ ouverture}}}{K_{red} \cdot t_{ouverture}^2}$$

D'après la question précédente on a :

$$C_m = C_n = J_{eq} \cdot \dot{\omega}_e + C_R \cdot K_{red}$$

D'où :

$$\boxed{C_m = C_n = J_{eq} \cdot \frac{2 \cdot \theta_{s \text{ ouverture}}}{K_{red} \cdot t_{ouverture}^2} + C_R \cdot K_{red}}$$

Question 9/

L'exigence de rapidité impose : $t_{ouverture} < 200 \text{ms}$

AN :

$$C_m = 4 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{2 \times 2}{\frac{1}{20} \times 0,2^2} + 1,7 \times \frac{1}{20}$$

$$C_m \approx 4 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{1}{\frac{1}{20} \times 0,1^2} + 1,7 \times \frac{1}{20} \approx 4 \cdot 10^{-6} \times 0,2 + 1,7 \times \frac{1}{20} \approx 1,7 \times \frac{1}{20} \approx 0,1 \text{ N.m}$$

Le couple nécessaire est $C_m = 0,1 \text{ N.m}$, le couple nominal du moteur est : $C_n = 0,21 \text{ N.m}$

$$C_m \leq C_n$$

Le couple nominal est suffisant pour respecter l'exigence de rapidité.

Question 10/

D'après Q7, en posant $C_m = 0 \text{ N.m}$ on obtient :

$$J_{eq} \cdot \dot{\omega}_e = -C_R \cdot K_{red} \quad \text{or} \quad K_{red} = \frac{\omega_s}{\omega_e} = \frac{\dot{\omega}_s}{\dot{\omega}_e}$$

$$J_{eq} \cdot \frac{\dot{\omega}_s}{K_{red}} = -C_R \cdot K_{red}$$

$$\dot{\omega}_s = -\frac{C_R \cdot K_{red}^2}{J_{eq}}$$

Par intégration avec comme condition initiale : $\theta_s(0) = \theta_{s \max}$, on obtient :

$$\theta_s = \frac{\dot{\omega}_s}{2} \cdot t^2 + \theta_{s \max}$$

Soit t_{retour} le temps nécessaire au retour du papillon, $\theta_s(t_{retour}) = 0 \text{ rad}$

Soit $\Delta\theta = \theta_{s \max} - \theta_{s \text{ retour}} = 105^\circ \approx 2 \text{ rad}$

$$t_{retour} = \sqrt{\frac{-2 \cdot \Delta\theta}{\dot{\omega}_s}}$$

$$t_{retour} = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta\theta \cdot J_{eq}}{C_R \cdot K_{red}^2}}$$

Question 11/

AN :

$$t_{retour} = \sqrt{\frac{2 \times 2 \times 4 \cdot 10^{-6}}{1,7 \times \left(\frac{1}{20}\right)^2}} \approx \sqrt{\frac{16 \cdot 10^{-6}}{17 \cdot 10^{-1}} \cdot 20^2} \approx \sqrt{10^{-5} \times 400} \approx \sqrt{40 \cdot 10^{-4}} \approx 6 \cdot 10^{-2} \text{ s}$$

$$t_{retour} \approx 6 \cdot 10^{-2} \text{ s}$$

Un temps de retour très faible aura pour conséquence un choc brutal avec le bâti, il est judicieux de réaliser une étude pour déterminer si l'énergie cinétique acquise à ce moment d'impact est supportable par le matériau.

Question 12/

$$\left. \begin{array}{l} E_c = \frac{1}{2} \cdot J_3 \cdot \omega_s^2 \\ \omega_s = \dot{\omega}_s \cdot t_{\text{retour}} \\ t_{\text{retour}} = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta\theta \cdot J_{eq}}{C_R \cdot K_{red}^2}} \\ \dot{\omega}_s = -\frac{C_R \cdot K_{red}^2}{J_{eq}} \end{array} \right\} \Rightarrow E_c = \frac{1}{2} \cdot J_3 \cdot \left(\frac{C_R \cdot K_{red}^2}{J_{eq}} \right)^2 \cdot \frac{2 \cdot \Delta\theta \cdot J_{eq}}{C_R \cdot K_{red}^2}$$

$$\text{D'où : } \boxed{E_c = \frac{1}{2} \cdot J_3 \cdot 2 \cdot \Delta\theta \cdot \frac{C_R \cdot K_{red}^2}{J_{eq}}}$$

AN :

$$E_c = \frac{1}{2} \times 8,4 \cdot 10^{-7} \times 2 \times 2 \times \frac{1,7 \cdot \left(\frac{1}{20}\right)^2}{4 \cdot 10^{-6}}$$

$$E_c \approx 4 \cdot 10^{-7} \times \frac{1,7 \cdot \left(\frac{1}{20}\right)^2}{10^{-6}} \approx 4 \cdot 10^{-1} \times 2 \cdot \left(\frac{1}{20}\right)^2 \approx 1 \cdot 10^{-1} \times 2 \cdot 10^{-2} \approx 2 \cdot 10^{-3} J$$

$$\boxed{E_c \approx 2 \cdot 10^{-3} J}$$

Au moment de l'impact l'énergie cinétique du système est d'environ 2mJ.

L'énergie nécessaire à sa rupture est définie par $E_{\text{rupture}} = E_{\text{rupture surfacique}} \cdot S_{\text{dent}}$, soit :

$$E_{\text{rupture}} = E_{\text{rupture surfacique}} \cdot b \cdot m$$

AN :

$$E_{\text{rupture}} = 13 \cdot 10^3 \times 8 \cdot 10^{-3} \times 1 \cdot 10^{-3}$$

$$E_{\text{rupture}} \approx 100 \cdot 10^3 \times 10^{-3} \times 10^{-3} \approx 100 \cdot 10^{-3} J$$

$$\boxed{E_{\text{rupture}} \approx 100 \cdot 10^{-3} J}$$

L'énergie cinétique au moment du choc est inférieure à l'énergie de rupture, Le matériau supporte l'impact.

Question 13/

On suppose que la force normale et la force tangentielle ont même norme (angle de pression non précisé dans le sujet).

$$F_{12} = \frac{C_n}{R_{11}} = \frac{2 \cdot C_n}{D_{11}} \left. \vphantom{F_{12}} \right\} \Rightarrow \boxed{F_{12} = \frac{2 \cdot C_n}{m \cdot Z_{11}}}$$

$$F_{23} = \frac{C_i}{R_{22}} = \frac{2 \cdot K_{red1} \cdot C_n}{D_{22}} \left. \vphantom{F_{23}} \right\} \Rightarrow \boxed{F_{23} = \frac{2 \cdot C_n}{K_{red1} \cdot m \cdot Z_{22}}}$$

AN :

$$F_{12} = \frac{2 \times 210}{1 \times 10} \approx 40N$$

$$F_{23} = \frac{2 \times 210}{\frac{10}{49} \times 1 \times 14} \approx \frac{400 \times 50}{140} \approx \frac{400}{3} \approx 130N$$

Question 14/

D'après la relation donnée dans le sujet on a : $\sigma_{adm} = \frac{5,5 \cdot F}{b \cdot m}$

Donc :

$$\boxed{\sigma_{adm1} = \frac{5,5 \cdot F_{12}}{b \cdot m}}$$

$$\boxed{\sigma_{adm2} = \frac{5,5 \cdot F_{23}}{b \cdot m}}$$

AN :

$$\sigma_{adm1} = \frac{5,5 \times 40}{8 \times 1} \approx 5,5 \times 5 \approx 30MPa$$

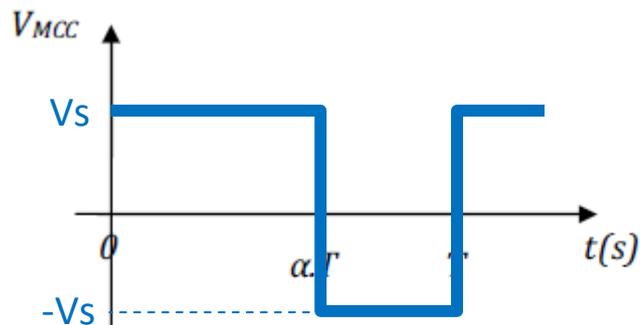
$$\sigma_{adm2} = \frac{5,5 \times 130}{8 \times 1} \approx \frac{5,5 \times 128}{8} \approx 5,5 \times 16 \approx 90MPa$$

La contrainte normale maximale admissible par le matériau est de 130MPa, la contrainte supportée reste inférieure à cette valeur donc le matériau est correctement choisi.

PARTIE 3

COMMANDE EN POSITION DU PAPILLON

Question 15/



K_1	F	O
K_2	O	F
K_3	O	F
K_4	F	O

O = interrupteur ouvert

F = interrupteur fermé

Question 16/

$$K_1 = IN1.\overline{IN2}$$

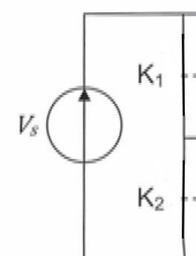
$$K_2 = \overline{IN1}.IN2$$

$$K_3 = \overline{IN1}.IN2$$

$$K_4 = IN1.\overline{IN2}$$

Question 17/

Si l'on ferme simultanément K_1 et K_2 on court-circuite le générateur qui est une source de tension. Le courant de court-circuit d'un générateur de tension parfait est infini.



Question 18/

$$V_{MCCavg} = \frac{1}{T} \int_0^T V_{MCC} \cdot dt$$

$$V_{MCCavg} = \frac{1}{T} \left(\int_0^{\alpha.T} V_{MCC} \cdot dt + \int_{\alpha.T}^T V_{MCC} \cdot dt \right)$$

$$V_{MCCavg} = \frac{1}{T} [\alpha \cdot T \cdot V_s + (T - \alpha \cdot T) \cdot (-V_s)]$$

$$V_{MCCavg} = \alpha \cdot V_s - (1 - \alpha) \cdot V_s$$

$$\boxed{V_{MCCavg} = (2 \cdot \alpha - 1) \cdot V_s}$$

Question 19/

On annule la constante dans l'expression précédente :

$$\boxed{V_{MCCavg}(t) = 2 \cdot V_s \cdot \alpha(t)}$$

Question 20/

$$\boxed{\frac{V_{MCCavg}(p)}{\alpha(p)} = 2 \cdot V_s \cdot e^{-\frac{T}{2}p}}$$

Question 21/

Pour l'évolution en courant on étudie la fonction suivante : $F_1(p) = \frac{1}{R+L.p} = \frac{\frac{1}{R}}{1+\frac{L}{R}.p} = \frac{K_1}{1+\tau_1.p}$

Avec $\boxed{\tau_1 = \frac{L}{R}}$

Pour l'évolution en vitesse on étudie la fonction suivante : $F_2(p) = \frac{1}{f+J_{eq}.p} = \frac{\frac{1}{f}}{1+\frac{J_{eq}}{f}.p} = \frac{K_2}{1+\tau_2.p}$

Avec $\boxed{\tau_2 = \frac{J_{eq}}{f}}$

AN :

$$\tau_1 = \frac{0,9 \cdot 10^{-3}}{1,3} \approx \frac{10^{-3}}{\frac{4}{3}} \approx 0,7 \cdot 10^{-3} s$$

$$\tau_2 = \frac{4 \cdot 10^{-6}}{0,5 \cdot 10^{-3}} \approx 8 \cdot 10^{-3} s$$

$$\boxed{\tau_1 \approx 0,7 \cdot 10^{-3} s}$$

$$\boxed{\tau_2 \approx 8 \cdot 10^{-3} s}$$

τ_1 est très faible devant τ_2 , la variable vitesse $\omega(t)$ évolue beaucoup moins rapidement que la variable courant $i(t)$.

Question 22/

$$\frac{I(p)}{V_{MCCavg}(p)} = \frac{1}{R + L \cdot p} = \frac{\frac{1}{R}}{1 + \frac{L}{R} \cdot p}$$

Question 23/

$$V_{MCCavg}(t) = V_{MCCavg} \Rightarrow V_{MCCavg}(p) = \frac{V_{MCCavg}}{p}$$

Théorème de la valeur finale :

$$I_{max} = \lim_{t \rightarrow +\infty} i(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot I(p)$$

$$I_{max} = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \frac{1}{R + L \cdot p} \cdot \frac{V_{MCCavg}}{p}$$

$$\boxed{I_{max} = \frac{V_{MCCavg}}{R}}$$

AN :

$$I_{max} = \frac{14,4}{1,3} \approx 11A$$

$$\boxed{I_{max} \approx 11A}$$

$I_{max} > I_n$, il est nécessaire de limiter le courant en introduisant une boucle de courant.

Question 24/

Développements limités usuels pour u proche de 0 :

$$\left\{ \begin{array}{l} e^u \approx 1 + u + \frac{u^2}{2!} + \frac{u^3}{3!} + \dots \\ \frac{1}{1+u} \approx 1 - u + u^2 - u^3 + \dots \end{array} \right.$$

Donc pour p proche de 0 on a :

$$\boxed{e^{-T_r \cdot p} \approx 1 - T_r \cdot p + \frac{T_r^2 \cdot p^2}{2} - \frac{T_r^3 \cdot p^3}{6} + \dots}$$

$$\boxed{\frac{1}{1 + T_r \cdot p} \approx 1 - T_r \cdot p + T_r^2 \cdot p^2 - T_r^3 \cdot p^3 + \dots}$$

$$\frac{1 - \frac{T_r}{2} \cdot p}{1 + \frac{T_r}{2} \cdot p} \approx \left(1 - \frac{T_r}{2} \cdot p\right) \left(1 - \frac{T_r}{2} \cdot p + \frac{T_r^2}{4} \cdot p^2 - \frac{T_r^3}{8} \cdot p^3 + \dots\right)$$

$$\frac{1 - \frac{T_r}{2} \cdot p}{1 + \frac{T_r}{2} \cdot p} \approx 1 - \frac{T_r}{2} \cdot p + \frac{T_r^2}{4} \cdot p^2 - \frac{T_r^3}{8} \cdot p^3 - \frac{T_r}{2} \cdot p + \frac{T_r^2}{4} \cdot p^2 - \frac{T_r^3}{8} \cdot p^3 + \dots$$

$$\boxed{\frac{1 - \frac{T_r}{2} \cdot p}{1 + \frac{T_r}{2} \cdot p} \approx 1 - T_r \cdot p + \frac{T_r^2}{2} \cdot p^2 - \frac{T_r^3}{4} \cdot p^3 + \dots}$$

L'approximation de Padé est la plus précise (identique jusqu'à l'ordre 2).

Question 25/

$$T_r = 100 \cdot 10^{-6} \cdot s$$

$$e^{-T_r \cdot p} \approx 1 \quad \text{si } \omega \leq \frac{1}{5 \cdot T_r} \quad \text{soit pour } \omega \leq 2000 \text{ rad} \cdot s^{-1}$$

$$e^{-T_r \cdot p} \approx \frac{1}{1 + T_r \cdot p} \quad \text{si } \omega \leq \frac{1}{2 \cdot T_r} \quad \text{soit pour } \omega \leq 5000 \text{ rad} \cdot s^{-1}$$

$$e^{-T_r \cdot p} \approx \frac{1 - \frac{T_r}{2} \cdot p}{1 + \frac{T_r}{2} \cdot p} \quad \text{si } \omega \leq \frac{2}{T_r} \quad \text{soit pour } \omega \leq 20000 \text{ rad} \cdot s^{-1}$$

$\omega_{BFI} = 2000 \text{ rad} \cdot s^{-1}$ donc l'approximation $e^{-T_r \cdot p} \approx 1$ est correcte.

Question 26/

$$\frac{I(p)}{I_{ref}(p)} = K_i \cdot K_{CAN} \cdot \frac{K_p \cdot K_{CNA} \cdot \frac{K_0}{1 + \tau_0 \cdot p}}{1 + K_p \cdot K_{CNA} \cdot \frac{K_0}{1 + \tau_0 \cdot p} \cdot K_i \cdot K_{CAN}}$$

$$\frac{I(p)}{I_{ref}(p)} = \frac{K_i \cdot K_{CAN} \cdot K_p \cdot K_{CNA} \cdot K_0}{1 + \tau_0 \cdot p + K_p \cdot K_{CNA} \cdot K_0 \cdot K_i \cdot K_{CAN}}$$

$$\frac{I(p)}{I_{ref}(p)} = \frac{K_s \cdot K_p}{1 + K_s \cdot K_p + \tau_0 \cdot p}$$

$$\boxed{\frac{I(p)}{I_{ref}(p)} = \frac{K_s \cdot K_p}{1 + \frac{\tau_0}{1 + K_s \cdot K_p} \cdot p}}$$

Question 27/

$$\frac{I(p)}{I_{ref}(p)} = \frac{K_s \cdot K_p}{1 + K_s \cdot K_p + \tau_0 \cdot p}$$

Le système est stable si et seulement si les pôles de cette fonction de transfert (en boucle fermée) sont à parties réelles strictement négatives.

$$1 + K_s \cdot K_p + \tau_0 \cdot p = 0 \text{ pour } p = p_1 \text{ avec } p_1 = -\frac{1 + K_s \cdot K_p}{\tau_0}$$

$$Re(p_1) < 0 \Leftrightarrow 1 + K_s \cdot K_p > 0 \Leftrightarrow K_p > -\frac{1}{K_s}$$

Le système est stable si et seulement si $K_p \in \left] -\frac{1}{K_s}, +\infty \right[$.

Question 28/

$$\text{D'après la question Q26 on a : } \frac{I(p)}{I_{ref}(p)} = \frac{\frac{K_s \cdot K_p}{1 + K_s \cdot K_p}}{1 + \frac{\tau_0}{1 + K_s \cdot K_p} \cdot p}$$

Donc :

$$G_{SIC} = \frac{K_s \cdot K_p}{1 + K_s \cdot K_p}$$

Question 29/

$$\text{D'après la question Q26 on a : } \frac{I(p)}{I_{ref}(p)} = \frac{\frac{K_s \cdot K_p}{1 + K_s \cdot K_p}}{1 + \frac{\tau_0}{1 + K_s \cdot K_p} \cdot p}$$

La pulsation de coupure à -3dB d'une fonction du 1^{er} ordre est : $\omega_{c-3dB} = \frac{1}{\tau}$

On a donc :

$$\omega_{BFI} = \frac{1 + K_s \cdot K_p}{\tau_0}$$

$$\tau_0 \cdot \omega_{BFI} = 1 + K_s \cdot K_p$$

$$K_p = \frac{\tau_0 \cdot \omega_{BFI} - 1}{K_s}$$

AN :

$$K_p = \frac{0,7 \cdot 10^{-3} \times 2000 - 1}{0,5 \times 1 \times 3 \cdot 10^{-4} \times 22}$$

$$K_p \approx \frac{1,4 - 1}{3 \cdot 10^{-3}} \approx \frac{0,4}{3 \cdot 10^{-3}} \approx \frac{4}{3} \cdot 10^2$$

$$\boxed{K_p \approx 133}$$

Question 30/

$$\boxed{\frac{I(p)}{I_{ref}(p)} = \frac{G_{SIC}}{1 + \tau_F \cdot p}}$$

Avec : $\boxed{G_{SIC} = \frac{K_S \cdot K_p}{1 + K_S \cdot K_p}}$ et $\boxed{\tau_F = \frac{\tau_o}{1 + K_S \cdot K_p}}$

La réponse $i(t)$ à un échelon unitaire pour $i_{ref}(t)$ est donc :

$$\boxed{i(t) = G_{SIC} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_F}}\right)}$$

Question 31/

$$\frac{I(p)}{\alpha(p)} = \frac{K_o}{1 + \tau_o \cdot p} \Rightarrow \tau_o \cdot p \cdot I(p) + I(p) = K_o \cdot \alpha(p)$$

$$\Rightarrow p \cdot I(p) + \frac{1}{\tau_o} \cdot I(p) = \frac{K_o}{\tau_o} \cdot \alpha(p)$$

$$\Rightarrow \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{\tau_o} \cdot i(t) = \frac{K_o}{\tau_o} \cdot \alpha(t)$$

$$\boxed{a = \frac{1}{\tau_o}}$$

$$\boxed{b = \frac{K_o}{\tau_o}}$$

Question 32/

$$\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{\tau_o} \cdot i(t) = \frac{K_o}{\tau_o} \cdot \alpha_k \text{ avec } i(0) = i_k$$

Solution générale de l'équation sans second membre : $i(t) = \lambda \cdot e^{-\frac{t}{\tau_o}}$

Solution particulière de l'équation avec second membre : $i(t) = K_o \cdot \alpha_k$

Solution générale de l'équation avec second membre : $i(t) = \lambda \cdot e^{-\frac{t}{\tau_o}} + K_o \cdot \alpha_k$

Condition initiale : $i(0) = i_k \Rightarrow \lambda + K_o \cdot \alpha_k = i_k \Rightarrow \lambda = i_k - K_o \cdot \alpha_k$

On obtient alors :

$$i(t) = (i_k - K_o \cdot \alpha_k) \cdot e^{-\frac{t}{\tau_o}} + K_o \cdot \alpha_k$$

$$i(t) = i_k \cdot e^{-\frac{t}{\tau_o}} + K_o \cdot \alpha_k \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_o}}\right)$$

Régime libre
Régime forcé

Question 33/

On pose $t = k \cdot T_e$ dans la relation précédente :

$$i(k \cdot T_e) = i_k \cdot e^{-\frac{k \cdot T_e}{\tau_o}} + K_o \cdot \alpha_k \left(1 - e^{-\frac{k \cdot T_e}{\tau_o}}\right)$$

On pose $t = (k + 1) \cdot T_e$ dans la relation précédente, α_k constant sur $[k \cdot T_e, (k + 1) \cdot T_e]$:

$$i((k + 1) \cdot T_e) = i_k \cdot e^{-\frac{(k+1) \cdot T_e}{\tau_o}} + K_o \cdot \alpha_k \left(1 - e^{-\frac{(k+1) \cdot T_e}{\tau_o}}\right)$$

On développe cette expression pour faire apparaître $i(k \cdot T_e)$.

$$i((k + 1) \cdot T_e) = i_k \cdot e^{-\frac{k \cdot T_e}{\tau_o}} \cdot e^{-\frac{T_e}{\tau_o}} + K_o \cdot \alpha_k \left(1 - e^{-\frac{k \cdot T_e}{\tau_o}} \cdot e^{-\frac{T_e}{\tau_o}}\right)$$

$$i((k + 1) \cdot T_e) = i_k \cdot e^{-\frac{k \cdot T_e}{\tau_o}} \cdot e^{-\frac{T_e}{\tau_o}} + K_o \cdot \alpha_k \left(1 - e^{-\frac{k \cdot T_e}{\tau_o}} \cdot e^{-\frac{T_e}{\tau_o}} + e^{-\frac{T_e}{\tau_o}} - e^{-\frac{T_e}{\tau_o}}\right)$$

$$i((k + 1) \cdot T_e) = i_k \cdot e^{-\frac{k \cdot T_e}{\tau_o}} \cdot e^{-\frac{T_e}{\tau_o}} + K_o \cdot \alpha_k \left(e^{-\frac{T_e}{\tau_o}} - e^{-\frac{k \cdot T_e}{\tau_o}} \cdot e^{-\frac{T_e}{\tau_o}}\right) + K_o \cdot \alpha_k \left(1 - e^{-\frac{T_e}{\tau_o}}\right)$$

$$i((k + 1) \cdot T_e) = \left[i_k \cdot e^{-\frac{k \cdot T_e}{\tau_o}} + K_o \cdot \alpha_k \left(1 - e^{-\frac{k \cdot T_e}{\tau_o}}\right) \right] \cdot e^{-\frac{T_e}{\tau_o}} + K_o \cdot \alpha_k \left(1 - e^{-\frac{T_e}{\tau_o}}\right)$$

$$i((k + 1) \cdot T_e) = i(k \cdot T_e) \cdot e^{-\frac{T_e}{\tau_o}} + K_o \cdot \alpha_k \left(1 - e^{-\frac{T_e}{\tau_o}}\right)$$

$$i((k + 1) \cdot T_e) - e^{-\frac{T_e}{\tau_o}} \cdot i(k \cdot T_e) = K_o \cdot \left(1 - e^{-\frac{T_e}{\tau_o}}\right) \cdot \alpha_k$$

D'où :

$$f_o = -e^{-\frac{T_e}{\tau_o}}$$

$$g_o = K_o \cdot \left(1 - e^{-\frac{T_e}{\tau_o}}\right)$$

Question 34/

$$i((k+1).T_e) + f_o \cdot i(k.T_e) = g_o \cdot \alpha_k$$

$$i((k+1).T_e) + f_o \cdot i(k.T_e) = g_o \cdot K_{CNA} \cdot K_p \cdot (K_i \cdot K_{CAN} \cdot i_{ref}(k.T_e) - K_{CAN} \cdot K_i \cdot i(k.T_e))$$

$$i((k+1).T_e) + \underbrace{[f_o + g_o \cdot K_{CNA} \cdot K_p \cdot K_{CAN} \cdot K_i]}_{f_F} \cdot i(k.T_e) = \underbrace{[g_o \cdot K_{CNA} \cdot K_p \cdot K_i \cdot K_{CAN}]}_{g_F} \cdot i_{ref}(k.T_e)$$

D'où :

$$\boxed{f_F = f_o + g_o \cdot K_{CNA} \cdot K_p \cdot K_{CAN} \cdot K_i}$$

$$\boxed{g_F = g_o \cdot K_{CNA} \cdot K_p \cdot K_i \cdot K_{CAN}}$$

Question 35/

Détermination du régime permanent :

$$i((k+1).T_e) = i(k.T_e)$$

$$g_F \cdot i_{ref}(k.T_e) - f_F \cdot i(k.T_e) = i(k.T_e)$$

$$i(k.T_e) = \frac{g_F}{1 + f_F} \cdot i_{ref}(k.T_e)$$

D'après la note (bas de la page 18 du sujet) on a :

$$i(k.T_e) = K \cdot (-f_F)^k + \frac{g_F}{1 + f_F} \cdot i_{ref}(k.T_e)$$

Pour déterminer K on utilise la condition initiale :

$$i(0) = K \cdot (-f_F)^0 + \frac{g_F}{1 + f_F} \cdot I_{désiré} = I_0$$

D'où :

$$K = I_0 - \frac{g_F}{1 + f_F} \cdot I_{désiré}$$

On obtient alors la relation suivante :

$$\boxed{i(k.T_e) = \underbrace{\left[I_0 - \frac{g_F}{1 + f_F} \cdot I_{désiré} \right]}_{\text{Régime transitoire}} \cdot (-f_F)^k + \underbrace{\frac{g_F}{1 + f_F} \cdot i_{ref}(k.T_e)}_{\text{Régime permanent}}}$$

Le calcul par récurrence est donné dans le document « Démo pour la question 35.pdf »

Question 36/

Condition nécessaire et suffisante de convergence :

$$\boxed{-1 < -f_F < 1}$$

Question 37/

$$f_F = f_o + g_o \cdot K_{CNA} \cdot K_p \cdot K_{CAN} \cdot K_i$$

$$f_F = -e^{-\frac{T_e}{\tau_o}} + K_o \cdot \left(1 - e^{-\frac{T_e}{\tau_o}}\right) \cdot K_{CNA} \cdot K_p \cdot K_{CAN} \cdot K_i$$

$$f_F = -e^{-\frac{T_e}{\tau_o}} + K_s \cdot K_p \cdot \left(1 - e^{-\frac{T_e}{\tau_o}}\right)$$

$$-1 < -f_F < 1 \Leftrightarrow -1 < -e^{-\frac{T_e}{\tau_o}} + K_s \cdot K_p \cdot \left(1 - e^{-\frac{T_e}{\tau_o}}\right) < 1$$

$$\Leftrightarrow -1 + e^{-\frac{T_e}{\tau_o}} < K_s \cdot K_p \cdot \left(1 - e^{-\frac{T_e}{\tau_o}}\right) < 1 + e^{-\frac{T_e}{\tau_o}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{-1 + e^{-\frac{T_e}{\tau_o}}}{1 - e^{-\frac{T_e}{\tau_o}}} < K_s \cdot K_p < \frac{1 + e^{-\frac{T_e}{\tau_o}}}{1 - e^{-\frac{T_e}{\tau_o}}} \quad \text{car} \quad \left(1 - e^{-\frac{T_e}{\tau_o}}\right) > 0$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{K_s} < K_p < \frac{1}{K_s} \cdot \frac{1 + e^{-\frac{T_e}{\tau_o}}}{1 - e^{-\frac{T_e}{\tau_o}}}$$

Le domaine de stabilité est défini par :

$$\boxed{K_p > -\frac{1}{K_s}}$$

$$\boxed{K_p < \frac{1}{K_s} \cdot \frac{1 + e^{-\frac{T_e}{\tau_o}}}{1 - e^{-\frac{T_e}{\tau_o}}}}$$

Question 38/Stabilité pour un système continu (cf Q27) : $K_p > -\frac{1}{K_s}$ Stabilité pour un système discret (cf Q37) : $K_p > -\frac{1}{K_s}$ et $K_p < \frac{1}{K_s} \cdot \frac{1 + e^{-\frac{T_e}{\tau_o}}}{1 - e^{-\frac{T_e}{\tau_o}}}$

$$\lim_{\frac{T_e}{\tau_o} \rightarrow 0} e^{-\frac{T_e}{\tau_o}} = 1 \quad \text{donc} \quad \lim_{\frac{T_e}{\tau_o} \rightarrow 0} \frac{1 + e^{-\frac{T_e}{\tau_o}}}{1 - e^{-\frac{T_e}{\tau_o}}} = +\infty$$

Pour $\frac{T_e}{\tau_o}$ très petit (fréquence d'échantillonnage élevée) la condition de stabilité d'un système discret correspond à celle d'un système continu.

Question 39/

AN :

D'après la courbe $e^{-\frac{T_e}{\tau_o}} = 0,9$ pour $\frac{T_e}{\tau_o} = \frac{1}{10}$.

$$K_S = K_i \cdot K_{CAN} \cdot K_{CNA} \cdot K_0$$

$$K_S = 0,5 \times 1 \times 3 \cdot 10^{-4} \times 22 = 33 \cdot 10^{-4}$$

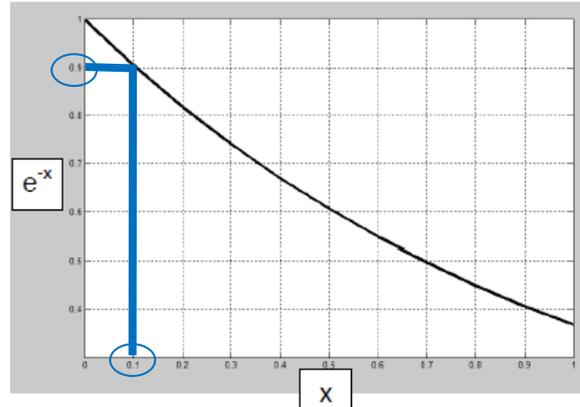
$$\frac{1}{K_S} \cdot \frac{1 + e^{-\frac{T_e}{\tau_o}}}{1 - e^{-\frac{T_e}{\tau_o}}} = \frac{1}{33 \cdot 10^{-4}} \cdot \frac{1 + 0,9}{1 - 0,9}$$

$$\frac{1}{K_S} \cdot \frac{1 + e^{-\frac{T_e}{\tau_o}}}{1 - e^{-\frac{T_e}{\tau_o}}} \approx 300 \cdot \frac{1,9}{0,1}$$

$$\frac{1}{K_S} \cdot \frac{1 + e^{-\frac{T_e}{\tau_o}}}{1 - e^{-\frac{T_e}{\tau_o}}} \approx 6000$$

Pour $K_p = 120$ on a bien : $-\frac{1}{K_S} < K_p < \frac{1}{K_S} \cdot \frac{1 + e^{-\frac{T_e}{\tau_o}}}{1 - e^{-\frac{T_e}{\tau_o}}}$

Le système avec commande numérique est stable.



Question 40/

En régime stabilisé :

$$i((k+1) \cdot T_e) = i(k \cdot T_e)$$

$$g_F \cdot i_{ref}(k \cdot T_e) - f_F \cdot i(k \cdot T_e) = i(k \cdot T_e)$$

$$i(k \cdot T_e) = \frac{g_F}{1 + f_F} \cdot i_{ref}(k \cdot T_e)$$

Donc

$$G_{SIN} = \frac{g_F}{1 + f_F}$$

En reprenant les résultats de Q33 et Q34 on obtient :

$$G_{SIN} = \frac{g_o \cdot K_{CNA} \cdot K_p \cdot K_i \cdot K_{CAN}}{1 + f_o + g_o \cdot K_{CNA} \cdot K_p \cdot K_{CAN} \cdot K_i}$$

$$G_{SIN} = \frac{K_o \cdot \left(1 - e^{-\frac{T_e}{\tau_o}}\right) \cdot K_{CNA} \cdot K_p \cdot K_i \cdot K_{CAN}}{1 - e^{-\frac{T_e}{\tau_o}} + K_o \cdot \left(1 - e^{-\frac{T_e}{\tau_o}}\right) \cdot K_{CNA} \cdot K_p \cdot K_{CAN} \cdot K_i}$$

$$G_{SIN} = \frac{K_s \cdot K_p \cdot \left(1 - e^{-\frac{T_e}{\tau_o}}\right)}{\left(1 - e^{-\frac{T_e}{\tau_o}}\right) + K_s \cdot K_p \cdot \left(1 - e^{-\frac{T_e}{\tau_o}}\right)}$$

$$G_{SIN} = \frac{K_s \cdot K_p}{1 + K_s \cdot K_p}$$

Le gain du système continu et du système numérique sont égaux : $G_{SIN} = G_{SIC}$

Question 41/

On transpose à la boucle fermée les résultats obtenus en boucle ouverte à la question Q33 :

$$f_F = -e^{-\frac{T_e}{\tau_F}}$$

On part de l'expression de la réponse en courant pour la commande numérique :

$$i(k.T_e) = -0,2837 \cdot (-f_F)^k + 0,2837$$

$$i(k.T_e) = -0,2837 \cdot e^{k \cdot \ln(-f_F)} + 0,2837$$

$$i(k.T_e) = -0,2837 \cdot e^{k \cdot \ln\left(e^{-\frac{T_e}{\tau_F}}\right)} + 0,2837$$

$$i(k.T_e) = -0,2837 \cdot e^{k \cdot \left(-\frac{T_e}{\tau_F}\right)} + 0,2837$$

$$i(k.T_e) = -0,2837 \cdot e^{-\frac{k \cdot T_e}{\tau_F}} + 0,2837$$

$$i(k.T_e) = 0,2837 \cdot \left(1 - e^{-\frac{k \cdot T_e}{\tau_F}}\right)$$

En posant : $k.T_e = t$

$$i(t) = 0,2837 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_F}}\right)$$

Les 2 équations donnent le même résultat pour chaque échantillon k à l'instant $k.T_e$.

Question 42/

On souhaite avoir : $T_e \leq \frac{\tau_{BF}}{4}$

Pour un système du 1^{er} ordre la constante de temps est égal à l'inverse de la pulsation de

coupure à -3dB : $\tau_{BF} = \frac{1}{\omega_{BFI}}$

Pour $\omega_{BFI} = 2000 \text{ rad. s}^{-1}$ on a alors $\frac{\tau_{BF}}{4} = \frac{1}{4 \cdot \omega_{BFI}} = \frac{1}{4 \times 2000} = \frac{1}{8} \cdot 10^{-3} \approx 0,12 \cdot 10^{-3} \text{ s}$

On a également $\frac{T_e}{\tau_o} = \frac{1}{10}$ et $\tau_o = 0,7 \text{ ms}$

Donc : $T_e = \frac{\tau_o}{10} = 0,07 \text{ ms}$

$$\left. \begin{array}{l} T_e = 0,07 \text{ ms} \\ \frac{\tau_{BF}}{4} \approx 0,12 \cdot \text{ms} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{le critère } T_e \leq \frac{\tau_{BF}}{4} \text{ est vérifié.}$$

Question 43/

Le gain du système est $G_{SIN} = \frac{K_s \cdot K_p}{1 + K_s \cdot K_p}$ il ne peut pas être unitaire.

Question 44/

$$K_{pot} = \frac{5}{105} \text{ V. } ^{\circ-1}$$

$$K_{pot} = \frac{5}{105} \cdot \frac{180}{\pi} \text{ V. rad}^{-1}$$

$$K_{pot} = \frac{5}{5 \times 3 \times 7} \cdot \frac{60 \times 3}{\pi} \text{ V. rad}^{-1}$$

$$K_{pot} = \frac{60}{7 \cdot \pi} \text{ V. rad}^{-1}$$

Question 45/

$$K_{comp} = \frac{1}{K_{pot}}$$

Question 46/

$$K_{per} = K_{red}$$

Question 47/

Le temps de réponse souhaité est : $\tau_{R5\%} = 200ms$, c'est un système du 1^{er} ordre donc la constante de temps de ce système est : $\tau_{système} = \frac{\tau_{R5\%}}{3} \approx 63ms$

D'après la figure 17 :

$$\frac{C_{MCC}(p)}{I_{ref}(p)} = \frac{K_F}{1 + \tau_F \cdot p} \cdot K_t$$

Comme $\tau_F \ll \tau_{système}$ on peut simplifier l'expression en posant :

$$\frac{C_{MCC}(p)}{I_{ref}(p)} = K_1 = K_F \cdot K_t$$

$$\boxed{K_1 = K_F \cdot K_t}$$

D'après la figure 17 :

$$\frac{\theta_{papillon}(p)}{C_{tot}(p)} = \frac{1}{f + J_{eq} \cdot p} \cdot \frac{1}{p} \cdot K_{red} = \frac{\frac{1}{f}}{1 + \frac{J_{eq}}{f} \cdot p} \cdot \frac{1}{p} \cdot K_{red}$$

Comme $\frac{J_{eq}}{f} \ll \tau_{système}$ on peut simplifier l'expression en posant :

$$\frac{\theta_{papillon}(p)}{C_{tot}(p)} = \frac{K_2}{p} = \frac{1}{f} \cdot \frac{1}{p} \cdot K_{red}$$

$$\boxed{K_2 = \frac{K_{red}}{f}}$$

Question 48/

$$FTBF_A(p) = \frac{\theta_{papillon}(p)}{\theta_{désirée}(p)} = \frac{K_\theta \cdot K_1 \cdot \frac{K_2}{p}}{1 + K_\theta \cdot K_1 \cdot \frac{K_2}{p}} = \frac{K_\theta \cdot K_1 \cdot K_2}{p + K_\theta \cdot K_1 \cdot K_2}$$

$$\boxed{FTBF_A(p) = \frac{\theta_{papillon}(p)}{\theta_{désirée}(p)} = \frac{1}{1 + \frac{1}{K_\theta \cdot K_1 \cdot K_2} \cdot p}}$$

$$FTBF_R(p) = \frac{\theta_{papillon}(p)}{C_r(p)} = -K_{red} \cdot \frac{\frac{K_2}{p}}{1 + K_\theta \cdot K_1 \cdot \frac{K_2}{p}} = -\frac{K_{red} \cdot K_2}{p + K_\theta \cdot K_1 \cdot K_2}$$

$$FTBF_R(p) = \frac{\theta_{papillon}(p)}{C_r(p)} = -\frac{\frac{K_{red}}{K_\theta \cdot K_1}}{1 + \frac{1}{K_\theta \cdot K_1 \cdot K_2} \cdot p}$$

Question 49/

Le gain de $FTBF_A(p)$ est unitaire donc l'erreur statique en asservissement en réponse à l'échelon unitaire pour $\theta_{désirée}(t)$ est nulle.

$$\varepsilon_A = 0$$

Question 50/

L'erreur statique ε_R en régulation en réponse à l'échelon d'amplitude 1,7 N.m pour $C_r(t)$ et une consigne nulle est donné par :

$$\varepsilon_R = \lim_{t \rightarrow +\infty} [\theta_{désirée}(t) - \theta_{papillon}(t)] = \lim_{t \rightarrow +\infty} [-\theta_{papillon}(t)]$$

Théorème de la valeur finale :

$$\varepsilon_R = \lim_{t \rightarrow +\infty} -\theta_{papillon}(t) = \lim_{p \rightarrow 0} -p \cdot \theta_{papillon}(p)$$

$$\varepsilon_R = \lim_{p \rightarrow 0} -p \cdot FTBF_R(p) \cdot C_r(p)$$

$$\varepsilon_R = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot -\frac{-\frac{K_{red}}{K_\theta \cdot K_1}}{1 + \frac{1}{K_\theta \cdot K_1 \cdot K_2} \cdot p} \cdot \frac{C_r}{p}$$

$$\varepsilon_R = \frac{K_{red}}{K_\theta \cdot K_1} \cdot C_r$$

AN :

$$\varepsilon_R = \frac{\frac{1}{20}}{1,5 \times (1 \times 0,1)} \times 1,7 \approx \frac{0,05}{0,15} \times 1,7 \approx \frac{1}{3} \times 1,7 \approx 0,6 \text{ rad}$$

$$\varepsilon_R = 0,6 \text{ rad}$$

Question 51/

Le temps de réponse est bien inférieur à 200ms.

Il n'y a pas de dépassement (système du 1^{er} ordre).

L'erreur statique est non nulle à une sollicitation de type échelon ($\varepsilon_A = 0$ mais $\varepsilon_R \neq 0$).

Le cahier des charges n'est pas vérifié.

Question 52/

$$FTBF_A(p) = \frac{\theta_{papillon}(p)}{\theta_{désirée}(p)} = \frac{K_\theta \cdot K_1 \cdot K_2 \cdot (1 + T_i \cdot p)}{K_\theta \cdot K_1 \cdot K_2 \cdot (1 + T_i \cdot p) + T_i \cdot p^2}$$

$$FTBF_A(p) = \frac{\theta_{papillon}(p)}{\theta_{désirée}(p)} = \frac{1 + T_i \cdot p}{1 + T_i \cdot p + \frac{T_i}{K_\theta \cdot K_1 \cdot K_2} \cdot p^2}$$

Question 53/

Le dénominateur de $FTBF_A(p)$ est un polynôme de degré 2.

$$1 + T_i \cdot p + \frac{T_i}{K_\theta \cdot K_1 \cdot K_2} \cdot p^2 = 1 + \frac{2 \cdot m}{\omega_n} \cdot p + \frac{1}{\omega_n^2} \cdot p^2$$

Avec :

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K_\theta \cdot K_1 \cdot K_2}{T_i}} \text{ et } m = \frac{1}{2} \sqrt{K_\theta \cdot K_1 \cdot K_2 \cdot T_i}$$

Pour avoir le système le plus rapide sans dépassement il faut avoir $m = 1$.

$$m = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \sqrt{K_\theta \cdot K_1 \cdot K_2 \cdot T_i} = 1$$

$$m = 1 \Leftrightarrow K_\theta \cdot K_1 \cdot K_2 \cdot T_i = 4$$

$$m = 1 \Leftrightarrow K_\theta \cdot T_i = \frac{4}{K_1 \cdot K_2}$$

Le temps de réponse à 5% de ce système est donné par l'abaque, pour $m = 1$ on a

$$\omega_n \cdot t_{R5\%} = 5 \text{ soit } \omega_n = \frac{5}{t_{R5\%}}$$

$$\text{Or } \omega_n = \sqrt{\frac{K_\theta \cdot K_1 \cdot K_2}{T_i}} \text{ donc}$$

$$\frac{K_\theta \cdot K_1 \cdot K_2}{T_i} = \left(\frac{5}{t_{R5\%}} \right)^2$$

$$K_\theta^2 = \frac{25}{t_{R5\%}^2} \cdot K_\theta \cdot T_i \cdot \frac{1}{K_1 \cdot K_2}$$

$$K_\theta^2 = \frac{25}{t_{R5\%}^2} \cdot \frac{4}{K_1 \cdot K_2} \cdot \frac{1}{K_1 \cdot K_2}$$

$$K_\theta = \frac{10}{t_{R5\%} \cdot K_1 \cdot K_2}$$

En reprenant la relation $K_\theta \cdot T_i = \frac{4}{K_1 \cdot K_2}$ on obtient :

$$T_i = \frac{4}{K_\theta \cdot K_1 \cdot K_2} = \frac{4}{\frac{10}{t_{R5\%} \cdot K_1 \cdot K_2} \cdot K_1 \cdot K_2} = \frac{2}{5} t_{R5\%}$$

$$T_i = \frac{2}{5} t_{R5\%}$$

AN :

$$T_i = \frac{2}{5} \times 200 \cdot 10^{-3} = 80 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

$$T_i = 80 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

$$K_1 = 1 \times 0,1 = 0,1$$

$$K_2 = \frac{1}{20} \times \frac{1}{0,5 \cdot 10^{-3}} = 100$$

$$K_\theta = \frac{10}{200 \cdot 10^{-3} \times 0,1 \times 100} = \frac{1}{200} 10^3$$

$$K_\theta = 5$$

Question 54/

Le résultat présente un dépassement, il ne répond pas au cahier des charges.

Question 55/

Pour avoir un système susceptible de répondre au cahier des charges on peut placer en amont du comparateur une fonction de transfert qui compense le zéro de la FTBF.

$$H_{ref}(p) = \frac{1}{1 + T_i \cdot p}$$

Question 56/

Le temps de réponse de 185ms est bien inférieur à 200ms.

Il n'y a pas de dépassement.

L'erreur statique est nulle à une sollicitation de type échelon.

Le cahier des charges est vérifié.

Question 57/

$$C_{mot} = C_R \cdot K_{red}$$

$$C_{mot} = K_t \cdot I_{MCCm}$$

$$I_{MCCm} = \frac{C_R \cdot K_{red}}{K_t}$$

AN :

$$I_{MCCm} = \frac{1,7 \times \frac{1}{20}}{0,1}$$

$$I_{MCCm} = \frac{17}{20} \approx 0,8A$$

$$I_{MCCm} \approx 0,8A$$

Question 58/

Erreur probable dans le sujet : diagramme stm annexe 6

Proposition de modification du sujet :

